

毗邻建筑非平稳随机地震响应 LQG 控制问题的闭合解*

于 骁 张文首 林家浩 宋 刚

(大连理工大学工程力学系工业装备结构分析国家重点实验室,大连 116024)

摘要 研究了毗邻建筑在非平稳随机地震激励下的 LQG 控制问题. 首先建立了主动液压传动装置连接的毗邻建筑在地震激励下的动力方程, 然后采用复模态分析得到系统的动力特性, 包括模态频率和模态阻尼比; 通过引入成形滤波器来描述地震功率谱密度函数, 最终利用虚拟激励法和留数定理推导出 LQG 控制问题的闭合解. 算例结果表明: 只要适当选择 LQG 控制器参数, LQG 控制可有效地减小两栋建筑的地震响应, 并且其响应达到稳态的速度比无控时要快得多.

关键词 毗邻建筑, 地震响应, LQG 控制, 闭合解

引言

随着科技进步和城市建设节约用地的需要, 高层建筑得到了很大的发展. 高层建筑相对较柔, 如果建筑物间距不足, 地震时建筑间的碰撞将会发生^[1,2]. 应用控制装置将各自独立的建筑联系起来, 组成一个共同承受地震等外扰作用的两结构控制系统, 已被证明为避免地震中毗邻建筑的碰撞, 提高结构安全性与舒适性的有效手段^[3-5]. 与被动控制方法相比, 主动控制方法具有效果好、适应性强等优点. 另外, 由于半主动控制装置可通过调整自身参数来改变控制力的大小从而向最优主动控制力靠拢, 因此主动控制率的设计也是半主动控制率的设计基础.

地震为一随机过程. 地震加速度通常用功率谱密度函数来表示. LQG 控制可考虑量测噪声和输入噪声对系统的影响并且不需要量测建筑的全状态(位移+速度)向量, 因而 LQG 调节器比线性二次型调节器(LQR)更适合应用于建筑的地震响应控制中. 因为在实际控制过程中, 全状态向量通常是难以量测的, 而地面加速度的量测则容易实现. LQG 问题闭环最优控制可由完全分离的两部分来完成, 即控制器与估计器的设计可独立进行. 文献[6]应用虚拟激励法[7]和留数定理推导了平稳随机地震响应 LQG 问题的闭合解, 并研究了加权矩阵 Q 和 R 对结构阻尼及地震响应的影

响. 震实际上为一非平稳随机过程, 应该作为非平稳随机过程来处理. 由于非平稳随机响应问题的一般情形求解存在极大的困难, 本文仅对演变随机过程的一类特殊情形进行了研究, 并推导了其闭合解. 本文方法也可推广应用于其它类型的演变随机响应问题.

1 毗邻建筑地震作用下的动力方程

为了简洁和方便地说明主动液压传动装置连接的毗邻建筑在地震激励作用下动力响应的特点, 毗邻建筑都取为平面剪切型结构(见图1). 建筑质量集中在楼层. 两栋建筑的楼层高一一致, 楼层处用主动液压传动装置连接. 假定由于主动液压传动装置的减震作用使建筑在地震作用下仍然可按线性系统考虑. 由于两栋建筑距离很近, 不考虑地震波传播中的相位差问题, 认为两栋建筑所受地震激励相同. 基础与上部建筑结构的相互作用也不考虑. 两栋建筑总共有 N 层, 其中左边建筑为 L 层, 右边建筑为 $N-L$ 层. 地震激励作用下的系统运动方程如下

$$\begin{aligned} M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = \\ -ME\ddot{x}_g(t) + Hu(t) \\ x(0) = \dot{x}(0) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中 M, C, K 是毗邻建筑质量、阻尼和刚度矩阵; $x(t)$ 是相对地面的楼层间位移向量, 前 L 个为左边建筑的层间位移, 后 $N-L$ 个为右边建筑的层间位

2005-06-13 收到第1稿, 2005-07-01 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10472023)

移; E 为一个所有分量均为 1 的向量; $u(t)$ 是 r 维的主动控制力向量; H 是 $N \times r$ 位置矩阵; $\ddot{x}_g(t)$ 为地震地面加速度, 可表示为

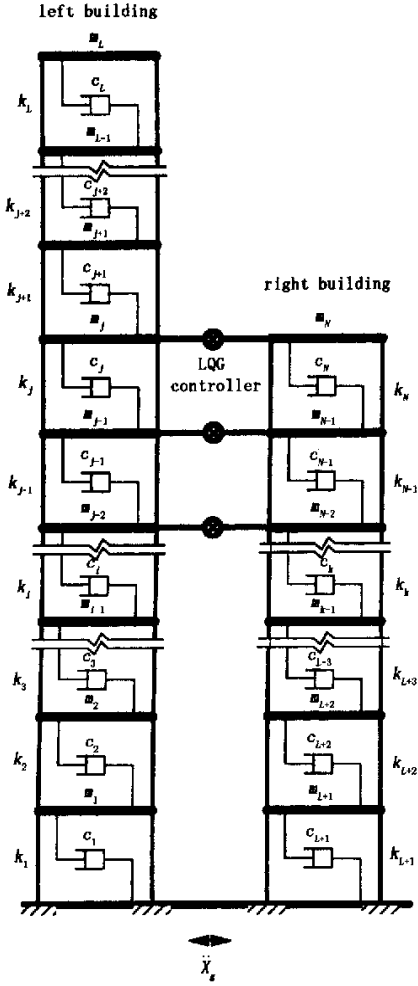


图 1 主动液压传动装置连接的毗邻建筑

Fig. 1 Structural model of adjacent buildings connected by active hydraulic actuators

$$\ddot{x}_g(t) = g(t)X(t) \tag{2}$$

$g(t)$ 是给定的包络函数, $t < 0$ 时 $g(t) = 0$; $X(t)$ 则假定为零均值平稳高斯过程, 其谱密度 $S_w(\omega)$ 已知. $X(t)$ 可表示为时间域内状态方程的形式

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}(t) &= A_c \Gamma(t) + D_c w(t), \\ X(t) &= C_c^T \Gamma(t) \end{aligned} \tag{3}$$

式中 $w(t)$ 为功率谱密度为 S_0 的白噪声过程, A_c 为 $2n$ 维方阵, D_c 和 C_c 为 $2n$ 维列向量.

为描述历史地震记录所显示出的初始上升段, 中间平稳段和末尾下降段, 通常将 $g(t)$ 假设为分

段函数, 如分段线性函数、分段指数函数等^[8]. 但实际上地震地面加速度主要决定于平稳段的主要部分, 故本文取 $g(t) = 1$, 这相当于突加白噪声, 其得到的结果是偏于安全的. 此时式(1)和(3)可合并写成以下的状态方程

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= Aq(t) + Bu(t) + Gw(t), \\ q(0) &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

式中

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C & -EC_c^T \\ 0 & 0 & A_c \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \\ 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D_c \end{bmatrix}, \\ q(t) &= \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \Gamma(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

2 LQG 问题

在结构的主动控制中, 结构状态(位移和速度)的量测通常是困难的, 而加速度的量测则相对容易的多. 毗邻建筑楼层的绝对加速度 $\ddot{x}_a(t)$ 可由式(1)得到

$$\ddot{x}_a(t) = -M^{-1}C\dot{x}(t) - M^{-1}Kx(t) + M^{-1}Hu(t) \tag{6}$$

如果量测 $m(t)$ 选择为 $m(t) = \ddot{x}_a - M^{-1}Hu(t)$, 则 $m(t)$ 可写成

$$m(t) = C_m q(t) + v_m(t) \tag{7}$$

式中 $C_m = [-M^{-1}K \quad -M^{-1}C \quad 0]$, 而 $v_m(t)$ 为随机量测噪声.

实际应用中, 传感器通常只安装在部分楼层, 即输出 $y(t)$ 只是 $m(t)$ 的一个子集, 记为

$$y(t) = C_L q(t) + v(t) \tag{8}$$

这里 $y(t)$ 的维数为 $N_1 (N_1 \leq N)$, C_L 为删除 C_m 中对应于没有传感器的行之后的矩阵, $v(t)$ 为 N_1 维的量测噪声.

假定各处量测噪声为具有同样谱密度的白噪声且相互独立, 既其协方差矩阵为

$$E[v(t)v^T(t + \tau)] = I S_v \delta(\tau) \tag{9}$$

式中 I 为单位矩阵, S_v 为噪声的谱密度, $\delta(\tau)$ 为狄拉克函数.

系统的性能指标为

$$J = \lim_{T_f \rightarrow \infty} \frac{1}{T_f} E \left\{ \int_0^{T_f} (\mathbf{q}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{q}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)) dt \right\} \quad (10)$$

式中 \mathbf{Q} 是对建筑振动响应的半正定加权矩阵, \mathbf{R} 是对控制力的正定的加权矩阵.

最优控制力方程为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_c \hat{\mathbf{q}}(t) \quad (11)$$

式中最优反馈增益矩阵为

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{X}_2 \quad (12)$$

式中 \mathbf{X}_2 为下列 Riccati 方程的解

$$\mathbf{X}_2 \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_2 \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{X}_2 + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (13)$$

最优估计器可用 Kalman-Bucy 滤波器来实现, 其方程为

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}}(t) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_f (\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}_1 \hat{\mathbf{q}}(t)) \quad (14)$$

式中 Kalman 滤波器增益矩阵为

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{Y}_2 \mathbf{C}_1^T \mathbf{S}_v^{-1} \quad (15)$$

式中 \mathbf{Y}_2 为下列 Riccati 方程的解

$$\mathbf{A} \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_2 \mathbf{A}^T - \mathbf{Y}_2 \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{Y}_2 \mathbf{S}_v^{-1} + \mathbf{G} \mathbf{G}^T \mathbf{S}_0 = \mathbf{0} \quad (16)$$

3 闭合解

合并式(4), (8), (11) 和(14), 得下列方程

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t), \mathbf{p}(0) = \mathbf{0} \quad (17)$$

式中

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \mathbf{K} \\ \mathbf{K}_f \mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_c - \mathbf{K}_f \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \hat{\mathbf{q}} \end{Bmatrix}$$

矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 包含了系统的动力特性, 其特征值对应于系统的模态频率和阻尼, 特征向量则代表结构的模态. 利用复模态理论, 可导出其右模态矩阵 Φ 和左模态矩阵 Ψ , 且有关系 $\Psi = \Phi^{-1}$ 成立. 相应的 $2N$ ($N = 2N + 2$) 个特征值记为 λ_j . 相应的特征向量和特征值成对出现, 可表示为

$$\begin{aligned} \phi_j &= \phi_{j+N}^*, \psi_j = \psi_{j+N}^*, \\ \lambda_j &= \lambda_{j+N}^* = -\omega_j \xi_j + i\omega_{dj} \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\omega_j = |\lambda_j|$, $\xi_j = -\text{Re}(\lambda_j)/|\lambda_j|$, $\omega_{dj} = \omega_j \cdot \sqrt{1 - \xi_j^2}$, ω_j 为模态频率, ξ_j 为模态阻尼比, ω_{dj}

为有阻尼的模态频率, ϕ_j 和 ψ_j 分别为 Φ 和 Ψ 的第 j 列模态, * 表示共轭.

假定地震输入 $w(t)$ 和量测噪声 $v(t)$ 相互独立, 可得谱密度矩阵 \mathbf{S}_{ww}

$$\mathbf{S}_{ww} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_v \mathbf{I} \end{bmatrix} = \mathbf{S}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \eta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中 $\eta^2 = \frac{\mathbf{S}_v}{\mathbf{S}_0}$. 注意到 $\mathbf{S}_{ww} = \mathbf{S}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \eta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \eta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}$,

记 $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \eta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}$, 则可构造下列虚拟激励

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{L}_k \sqrt{\mathbf{S}_0} \exp(i\omega t) \quad (k = 1, 2, \dots, N_1 + 1) \quad (20)$$

式中 \mathbf{L}_k 为 \mathbf{L} 的第 k 列.

由式(17), 得第 k 个虚拟激励作用下的方程为

$$\dot{\mathbf{p}}_k(t) = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{p}_k(t) + \mathbf{f}_k \sqrt{\mathbf{S}_0} \exp(i\omega t), \mathbf{p}_k(0) = \mathbf{0} \quad (k = 1, 2, \dots, N_1 + 1) \quad (21)$$

式中 $\mathbf{f}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \mathbf{L}_k$.

采用变换 $\mathbf{p}_k(t) = \Phi \mathbf{z}_k(t)$, 由式(21) 可得下列一阶微分方程初值问题

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{kj}(t) &= \lambda_j \mathbf{z}_{kj}(t) + r_{kj} \sqrt{\mathbf{S}_0} \exp(i\omega t) \\ \mathbf{z}_{kj}(0) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $r_{kj} = \hat{\psi}_j^T \mathbf{f}_k$. 将式(22) 的解代入式(21), 化简得 $\mathbf{p}_k(t)$ 的第 m 个分量为

$$p_{km} = \sum_{j=1}^N H_j(i\omega) \{ \exp(i\omega t) (i\omega \alpha_{kmj}^* + \beta_{kmj}^*) - \exp(-\xi_j \omega t) (i\omega \chi_{kmj} + \delta_{kmj}) \} \sqrt{\mathbf{S}_0} \quad (23)$$

式中 $\chi_{kmj} = \alpha_{kmj}^* \cos \omega_{dj} t + \alpha_{kmj}^* \sin \omega_{dj} t$, $\delta_{kmj} = \beta_{kmj}^* \cos \omega_{dj} t + \beta_{kmj}^* \sin \omega_{dj} t$, $\alpha_{kmj}^* = 2\text{Re}(\phi_{jm}^* r_{kj})$, $\beta_{kmj}^* = -2\text{Re}(\phi_{jm}^* r_{kj} \lambda_j^*)$, $\alpha_{kmj}^* = -2\text{Im}(\phi_{jm}^* r_{kj})$, $\beta_{kmj}^* = 2\text{Im}(\phi_{jm}^* r_{kj} \lambda_j^*)$, $H_j(i\omega)$ 为频响函数, 可表示为

$$H_j(i\omega) = \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + i2\xi_j \omega \omega_j} \quad (24)$$

式中 i 为虚数单位.

由虚拟激励法可知 $\mathbf{p}_{km}(t)$ 的谱密度为

$$\mathbf{S}_{p_{km} p_{km}}(\omega, t) = p_{km} p_{km}^* \quad (25)$$

积分得 $\mathbf{p}_{km}(t)$ 的方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{p_{km}}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{S}_{p_{km} p_{km}}(\omega) d\omega = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{0,ij} \delta_{kmi}^* \delta_{kmj} + \\ &\quad \rho_{01,ij} \alpha_{kmi}^* \delta_{kmj} + \rho_{1,ij} \alpha_{kmi}^* \delta_{kmj} - \\ &\quad \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \exp[-(\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j) t] \{ (\rho_{0,ij} \alpha_{kmi}^* \delta_{kmj} + \end{aligned}$$

$$\rho_{01,ij} c_{kmi}^r d_{kmj} + \rho_{1,ij} c_{kmi}^i c_{kmj} \quad (26)$$

式中

$$c_{kmj}(t) = a_{kmj}^r \cos \omega_d t + a_{kmj}^i \sin \omega_d t,$$

$$d_{kmj}(t) = b_{kmj}^r \cos \omega_d t + b_{kmj}^i \sin \omega_d t,$$

$$a_{km1}^r = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha_{km1}^r \sqrt{S_0}}{\sqrt{\xi_1 \omega_1}},$$

$$b_{km1}^r = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\beta_{km1}^r \sqrt{S_0}}{\omega_1 \sqrt{\xi_1 \omega_1}},$$

$$a_{km1}^i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha_{km1}^i \sqrt{S_0}}{\sqrt{\xi_1 \omega_1}},$$

$$b_{km1}^i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\beta_{km1}^i \sqrt{S_0}}{\omega_1 \sqrt{\xi_1 \omega_1}} \quad (l = i, j)$$

$$\rho_{0,ij} =$$

$$\frac{8 \sqrt{\xi_i \xi_j} (\xi_i + \gamma_{ij} \xi_j) \gamma_{ij}^{3/2}}{(1 - \gamma_{ij}^2)^2 + 4 \xi_i \xi_j \gamma_{ij} (1 + \gamma_{ij}^2) + 4 (\xi_i^2 + \xi_j^2) \gamma_{ij}^2},$$

$$\rho_{01,ij} = \frac{\gamma^2 - 1}{\xi_i + \gamma \xi_j} \rho_{0,ij},$$

$$\rho_{1,ij} = \frac{\xi_j + \gamma \xi_i}{\xi_i + \gamma \xi_j} \rho_{0,ij}, \gamma_{ij} = \frac{\omega_j}{\omega_i}$$

p_m 的方差为

$$\sigma_{p_m}^2 = \sum_{k=1}^{N_i+1} \sigma_{p_{km}}^2(t) \quad (27)$$

4 算例

本文算例采用文献[6]的结构模型,结构参数见表1.

表1 结构模型参数
Table 1 Model parameters

Parameters of left building	Values	Parameters of right building	Values
Mass: $m_1 \sim m_{20}$	1.29×10^6 kg	Mass: $m_{21} \sim m_{40}$	1.29×10^6 kg
Internal damping: $c_1 \sim c_{20}$	3.0×10^6 Ns/m	Internal damping: $c_{21} \sim c_{40}$	3.0×10^6 Ns/m
External damping: $d_1 \sim d_{20}$	8.0×10^4 Ns/m	External damping: $d_{21} \sim d_{40}$	3.0×10^6 Ns/m
Stiffness: $k_1 \sim k_{20}$	4.0×10^9 N/m	Stiffness: $k_{21} \sim k_{40}$	2.0×10^9 N/m

$X(t)$ 的自谱密度取为 Kanai-Tajimi 过滤白噪声

$$S_g(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2} S_0 \quad (28)$$

式中 ω_g, ξ_g 和 S_0 为场地特性和地震强度. 相应于式(3)的各表达式为

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix},$$

$$C_c = \begin{bmatrix} \omega_g^2 \\ 2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}, D_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

本算例中取 $\omega_g = 15.0$ rad/s, $\xi_g = 0.65$, $S_0 = 4.65 \times 10^{-4}$ m²/rad · s³. 式(19)中的 $\eta = 1/7$. 地震持续时间取为 20 秒. 通过参数分析, 加权矩阵 Q, R 确定为下列形式

$$Q = 2 \times 10^5 \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$R = 10^{-8} I$$

图2是毗邻建筑顶层位移、加速度的控制效果随时间变化的曲线. 可以发现, 控制效果开始时随

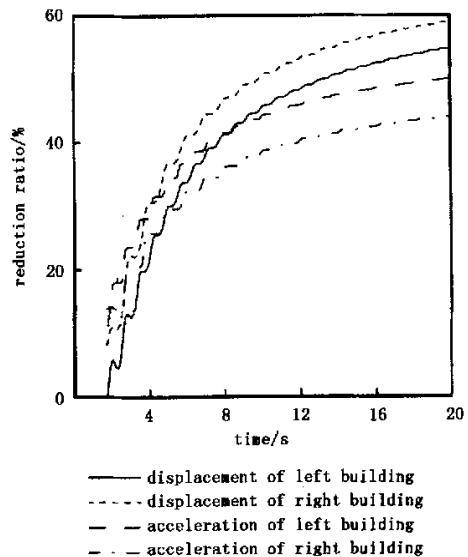


图2 顶层位移和加速度控制效果曲线

Fig.2 Control effects on displacements and accelerations of the top floor

着时间增长较快, 然后逐渐减慢. 这个现象可由图3~图4来解释. 由图3~图4可以看出, 有控响应在2秒内就很快达到稳态, 其值不再增加; 而无控

响应则一直增加,直到 20 s 仍未达到稳态. 这表明控制效果随着时间而增长,但增长幅度逐渐减慢. 图 5 为顶层控制力随时间变化曲线. 控制力在最初增加很快,而在 4 s 时达到稳态. 虽然无控响应继续增加,但却不需要更多的控制力就可以将响应控制在一定水平. 这表明只需维持一定的控制力就可以将逐渐增长的无控响应控制在一个稳定的水平.

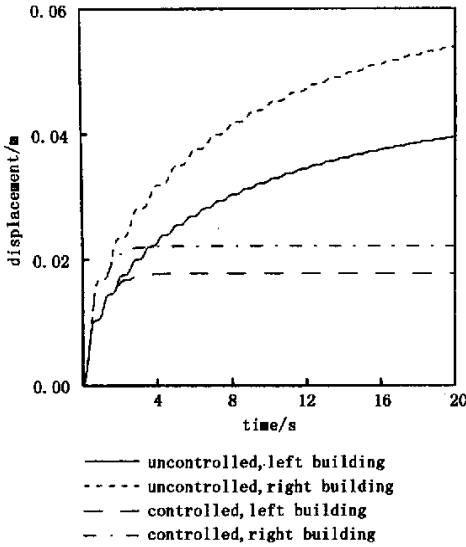


图 3 顶层位移随时间变化曲线

Fig. 3 Displacement responses of the top floor

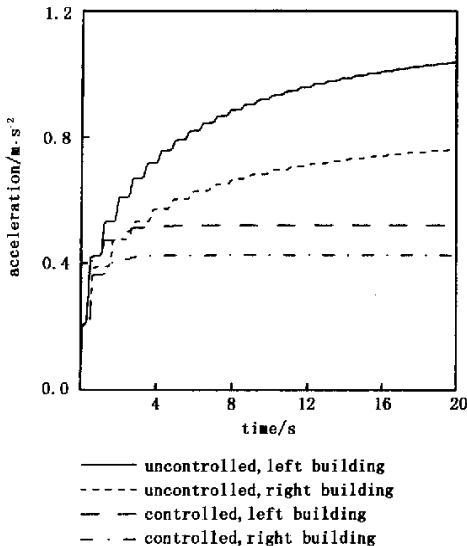


图 4 顶层加速度随时间变化曲线

Fig. 4 Acceleration responses of the top floor

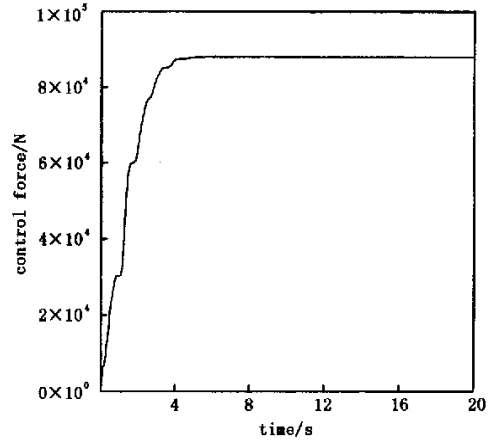


图 5 顶层控制力随时间变化曲线

Fig. 5 Control force responses of the top floor

5 结论

本文利用复模态分析,虚拟激励法和留数定理推导出采用主动液压传动装置连接的毗邻建筑在突加白噪声情况下地震响应 LQG 控制问题的闭合解,并用此闭合解进行了参数研究,确定了最佳的加权矩阵 Q 和 R . 通过研究算例中的毗邻建筑在地震作用下不同时刻的响应,发现 LQG 控制可在极短的时间内使毗邻建筑响应达到稳态,从而避免更大响应的发生. 另外, LQG 控制所需控制力也在极短的时间内达到稳态. 尽管以后无控响应继续增加,但 LQG 控制却无需增加控制力就可将响应控制在希望的水平. 结果表明, LQG 控制可有效地减小两栋建筑的地震响应.

本文所取的包络函数只属于演变随机激励中最简单的一种情况,它忽略了地震记录所显示出的初始上升段和末尾下降段,其得到的结果偏于保守. 进一步的研究应采用更精确的包络函数或采用非均匀调制演变随机激励模型. 其它影响因素,如主动液压传动装置与结构的相互作用,作动器的时滞影响也应在进一步的研究和实时控制中考虑.

参 考 文 献

- 1 Kasai K, Maison BF. Building Pounding Damage During the 1989 Loma Prieta Earthquake. *Engineering Structures*, 1997, 19(3): 195~207
- 2 Anagnostopoulos SA. Pounding of Building in Series During

- Earthquakes. *Earthquake Engng Struct Dyn*, 1988, 16: 443~456
- 3 Zhang WS, Xu YL. Dynamic characteristics and seismic response of adjacent buildings linked by discrete dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1999, 29:1163~1185
- 4 Luco JE, De Barros FCP. Optimal damping between two adjacent elastic structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1998, 27(7):649~659
- 5 Spencer BF, Sain MK. Controlling buildings: A new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine*, 1997, 17:19~35
- 6 徐幼麟, 张文首. 毗邻建筑地震响应 LQG 控制问题的闭合解. *地震工程与工程振动*, 2001, 21(4):40~46 (Xu Youlin, Zhang Wenshou. Closed form solution of LQG control problem for seismic response of adjacent buildings. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2001, 21(4):40~46(in Chinese))
- 7 Lin JH, Zhang WS, Li JJ. Structural response to arbitrarily coherent stationary random excitations'. *Computers and Structures*, 1994, 50:629~633
- 8 钟益村, 高小旺, 汪颖富, 等. 建筑抗震设计规范 (GBJ11-89) 应用与设计实例. 北京: 中国铁道出版社, 1993 (Zhong Yicun, Gao Xiaowang, Wang Yinglu, etc. Application and Illustration of Aseismic Criterion on Structural Design (GBJ11-89). Beijing: China Railway Press, 1993(in Chinese))

CLOSED FORM SOLUTION OF LQG CONTROL PROBLEM FOR NON-STATIONARY STOCHASTIC SEISMIC RESPONSE OF ADJACENT BUILDINGS*

Yu Xiao Zhang Wenshou Lin Jiahao Song Gang

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment and Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract The linear quadratic Gaussian (LQG) control problem for non-stationary stochastic seismic response of adjacent buildings was studied. The motion equations of adjacent buildings connected by hydraulic actuators against earthquake were established. The complex modal superposition method was then used to determine the dynamic characteristics, including modal frequencies and modal damping ratios. The shaping filter was introduced to deal with the power spectral density function of earthquake excitations, and then a closed form solution was derived by combining the pseudo-excitation method and the residue theorem. The results from a numerical example show that, if the parameters of LQG controllers are selected appropriately, the seismic responses of both buildings can be considerably reduced when LQG controllers are used. Moreover, the steady states of seismic response of controlled buildings can be achieved much quickly than the uncontrolled buildings.

Key words adjacent buildings, seismic response, LQG control, closed form solution