

海洋赤潮藻类的生态动力学稳定性研究*

王洪礼 许佳 郭龙 许晖

(天津大学机械工程学院, 天津 300072)

摘要 基于营养盐、自养浮游植物、食植浮游动物之间的食物链关系, 利用生物生长的生化机理, 并考虑到海洋内微生物分解动植物遗体对营养盐的补充, 建立了营养盐-自养浮游植物-食植浮游动物相互作用的生态动力学(Nutrition-Phytoplankton-Zooplankton)模型, 运用现代非线性动力学理论, 对模型解的动力学稳定性进行了分析. 结果表明, 随着参数的变化, 系统稳定性也随之变化, 甚至出现分岔现象.

关键词 赤潮, 动力学, 非线性, 稳定性, 分岔

赤潮是海洋中某些浮游藻类、原生动物和细菌在一定的环境条件下爆发性繁殖或聚集而引起海洋水体变色的一种有害生态异常现象. 它是海洋污染的讯号, 是全球性的海洋灾害之赤潮的研究是当今世界的重大科研课题.

赤潮发生是一个复杂的动态过程. 从赤潮生物的出现、增殖、聚集到赤潮形成有一连串的运动发展过程, 一般可以将一次完整的赤潮发生过程分为起始—发展—维持—消亡4个阶段. 赤潮生物的数量变化及各种影响因素都会随时间而变化, 因此, 可将赤潮发生的过程当作动力学系统来考虑. 许多研究表明, 起始营养物质浓度的高度增长是导致藻类(赤潮生物)急剧增殖的主要因素, 而藻类数量迅速发展消耗了大量营养物质, 致使营养物质浓度又有所下降. 由于营养物质浓度持续下降便将影响藻类繁殖乃至大量死亡. 这大体上反映了赤潮发生由起始、发展、维持到消亡的全过程, 而这个过程在较短的时间(2~4d)内完成^[6].

本文建立了一个营养盐-自养浮游植物(藻类)-食植浮游动物相互作用过程的模型, 运用非线性性的基本方法对该模型进行分析和研究.

1 NPZ模型的建立

根据赤潮发生时形成的营养物质-藻类-浮游动物这一简单的食物链, 利用多种群生态学原理^[4], 并考虑到浮游动物在藻类密度过低时会全部死亡这一实验结果基础上建立了NPZ^[5]模型,

如下:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = r_1\mu_{\max}g(N)P - \alpha Z(P - P^*) - \beta_1 P^2 \\ \frac{dZ}{dt} = \alpha Z(P - P^*) - \beta_2 Z \\ \frac{dN}{dt} = r_2(N_0 - N) - \omega\mu_{\max}g(N)P + \varepsilon(\beta_1 P + \beta_2 Z) \end{cases} \quad (1)$$

式中 $P = P(t)$, $Z = Z(t)$ 和 $N = N(t)$ 分别为随时间变化的自养浮游植物(藻类)密度、食植浮游动物密度和营养物质浓度; N_0 为定量输入的营养物质浓度; $g(N) = \frac{N}{N_m + N}$, N_m 为营养物质浓度增长的半饱和参数; P^* 为饵食的阈值浓度; r_1 为藻类相对增长比率; μ_{\max} 为藻类最大生长速率; α 为浮游动物摄食率; β_1 为藻类死亡率; β_2 为浮游动物死亡率; r_2 为营养物质相对增长比率; ω 为藻类对营养物质的吸收比率; ε 为微生物对动植物遗体的分解比率.

2 模型的稳定性分析

应用 Lyapunov 判定方法判断模型的稳定性. 首先求平衡点, 令式(1)的左端等于零, 即

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = 0 \\ \frac{dZ}{dt} = 0 \\ \frac{dN}{dt} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

2004-10-29 收到第1稿, 2005-04-16 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10472077)

本文参考其他文献^[4,5],选取以下模型参数:
 $P^* = 0.05, r_1 = 13, \mu_{\max} = 3.0, N_m = 0.15, N_0 = 0.8, \alpha = 0.4, \beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.33, r_2 = 0.8, \omega = 0.2, \epsilon = 0.2$.

解式(2)得平衡点: $Q(p, z, n)$. 坐标平移, 令

$$\begin{cases} u = P - p \\ v = Z - z \\ w = N - n \end{cases}$$

则方程(1)可化为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = r_1 f(w)(u + p) - \alpha(v + z)(u + p - P^*) - \beta_1(u + p)^2 \\ \frac{dv}{dt} = \alpha(v + z)(u + p - P^*) - \beta_2(v + z) \\ \frac{dw}{dt} = r_2(N_0 - n - w) - \omega f(w)(u + p) + \epsilon[\beta_1(u + p) + \beta_2(v + z)] \end{cases}$$

其中:

$$f(w) = \frac{(w + n)\mu_{\max}}{N_m + n + w}$$

解式(2)得平衡点: $Q_1(0, 0, N_0)$,

$$Q_2\left(\frac{r_1}{\beta_1}\mu_{\max}, 0, N_0 + \frac{\epsilon r_1}{r_2}\mu_{\max} - \frac{\omega r_1}{\beta_1 r_2}\mu_{\max}^2\right),$$

$$Q_3\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}, \frac{r_1\mu_{\max}}{\beta_2}\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right), N_0 - N_m + \frac{\epsilon\mu_{\max}}{r_2}(r_1 - \omega)\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right)\right)$$

对平衡点 $Q_1(0, 0, N_0)$, 即系统的初始状态, 藻类和浮游动物密度均为零, 经过坐标变换后的 Jacobi 矩阵为

$$\begin{bmatrix} r_1\mu_{\max} & \alpha P^* & 0 \\ 0 & -\alpha P^* - \beta_2 & 0 \\ \epsilon\beta_1 & \epsilon\beta_2 & -r_2 \end{bmatrix}$$

特征值为

$$\lambda_1 = -r_2, \lambda_2 = -\alpha P^* - \beta_2,$$

$$\lambda_3 = r_1\mu_{\max}$$

显然 $\lambda_3 > 0$, 平衡点不稳定, 这与实际相符, 实际上不可能出现藻类和浮游动物密度均为零的情况.

对平衡点

$$Q_2\left(\frac{r_1}{\beta_1}\mu_{\max}, 0, N_0 + \frac{\epsilon r_1}{r_2}\mu_{\max} - \frac{\omega r_1}{\beta_1 r_2}\mu_{\max}^2\right)$$

经过坐标变换后的 Jacobi 矩阵为

$$\begin{bmatrix} -r_1\mu_{\max} & -\alpha\left(\frac{r_1}{\beta_1}\mu_{\max} - P^*\right) & 0 \\ 0 & \alpha\left(\frac{r_1}{\beta_1}\mu_{\max} - P^*\right) - \beta_2 & 0 \\ \epsilon\beta_1 - \omega\mu_{\max} & \epsilon\beta_2 & -r_2 \end{bmatrix}$$

特征值为

$$\lambda_1 = -r_1\mu_{\max}, \lambda_2 = -r_2,$$

$$\lambda_3 = \alpha\left(\frac{r_1}{\beta_1}\mu_{\max} - P^*\right) - \beta_2$$

根据参数值不同取值该平衡点稳定性不同.

对平衡点

$$Q_3\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}, \frac{r_1\mu_{\max}}{\beta_2}\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right), N_0 - N_m + \frac{\epsilon\mu_{\max}}{r_2}(r_1 - \omega)\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right)\right)$$

经过坐标变换后的 Jacobi 矩阵为

$$\begin{bmatrix} r_1\mu_{\max} - \frac{\alpha r_1}{\beta_2}\mu_{\max}\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right) - \beta_2 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha r_1}{\beta_2}\mu_{\max}\left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right) & 0 & 0 \\ \epsilon\beta_1 & \epsilon\beta_2 & -r_2 \end{bmatrix}$$

特征值为

$$\lambda_1 = -r_2, \lambda_{2,3} = \frac{-b}{2} \pm \sqrt{4c - b^2}i, \text{ 其中: } b$$

$= r_1\mu_{\max} \frac{\alpha}{\beta_2} P^*, c = \alpha\mu_{\max} r_1 \left(P^* + \frac{\beta_2}{\alpha}\right)$. 此时, 若 $b = 0$, 则出现 Hopf 分岔.

3 Hopf 分岔的存在

选取参数初始浓度 N_0 作为分岔参数对系统进行研究, 分别让 N_0 取不同的值进行分析.

对于图 1, 当 $N_0 = 0.8$ 时, 系统经过轻微的振荡过程趋于稳定.

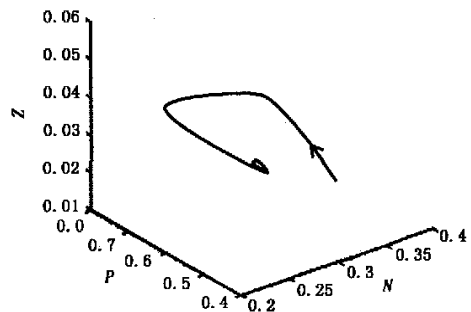


图 1 稳定情况

Fig. 1 Stability

对于图2,当 $N_0 = 2.0$ 时,系统发生剧烈振荡并且持久进行.

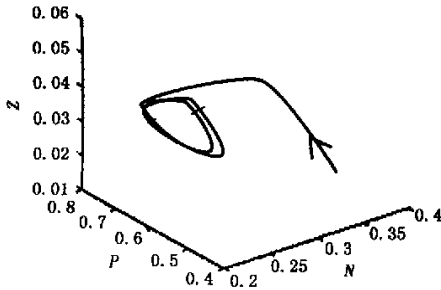


图2 极限环

Fig.2 Limit cycle

根据 Hopf 分岔理论可知,当 N_0 在这个区间变化时,导致系统发生了 Hopf 分岔,系统从趋于一个稳定解变化为趋于一个极限环.

当 N_0 继续变大时,系统将会出现更加复杂的情况以至于混沌的产生,此时, $N_0 = 6.0$,其他参数取参考值.如图3.

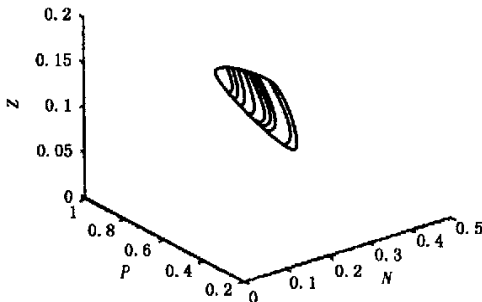


图3 混沌

Fig.3 Chaos

产生混沌的原因很多,本系统混沌行为的产生途径还有待去研究,这对于了解赤潮产生以至于最后控制赤潮都很有意义.至于赤潮的产生是因为分岔导致还是混沌的行为,或是赤潮产生后导致分岔或混沌行为至今尚无定论,有待于进一步研究.但有一点可以肯定,赤潮的爆发性增值肯定与系统的分岔和混沌行为有关.

4 结论

本文利用生物生长机理,主要考虑了营养盐-自养浮游植物(藻类)-食植浮游动物的食物链关系并考虑到微生物对动植物遗体的分解对营养盐的补充,运用运动稳定性理论和非线性动力学理论对 NPZ 模型的稳定性进行了分析和讨论,并在此基础上对模型方程可能出现的分岔行为进行了讨论.结果表明,对于 NPZ 模型存在着 Hopf 分岔等非线性现象,方程对应的平衡状态的稳定性与初始条件和模型参数的选取有很大的关系.本模型具有科学性和合理性.本文的结果对于赤潮的预警、预报有一定的指导意义.

参考文献

- 1 Edwards AM, Bees MA. Genetic dynamics of a simple plankton population model with a non-integer exponent of closure. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2001, 12: 289~300
- 2 Wiggins S. Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. New York: Springer-Verlag, 1990
- 3 Wu Yongsheng, Wang Zhaoyin. Numerical simulation of 1998 red tide of the Bohai Sea. *International Journal of Sediment Research*, 2002, 17(3): 175~185
- 4 俞光耀, 吴增茂. 胶州湾北部水层生态动力学模型与模拟. *青岛海洋大学学报*, 1999, 29(3): 421~428 (Yu Guangyao, Wu Zengmao. Zoology dynamical dynamical and simulation of north water floor of KiaoChow Bay. *Qingdao Ocean University Transaction*, 1999, 29(3): 421~428(in Chinese))
- 5 陈长胜. 海洋生态系统动力学与模型. 北京: 高等教育出版社, 2003 (Chen Changsheng. Ocean biogeocenose kinetics and model. Beijing: High Education Publishing Company, 2003(in Chinese))
- 6 王洪礼, 冯剑丰. 多种群赤潮生态模型的非线性动力学研究. *天津大学学报*, 2003, 36(4): 400~403 (Wang Jongli, Feng Jianfeng. Nonlinear dynamical research of the multi-species HABs model. *Tianjin University Transaction*, 2003, 36(4): 400~403(in Chinese)).

RESEARCH OF RED TIDE IN OCEAN ON DYNAMICAL STABILITY*

Wang Hongli Xu Jia Guo Long Xu Hui

(*School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

Abstract Based on the food chain relationship of nutrition-autotrophy-zooplankton, and considering biochemistry mechanism of biology growth and complementarities of animalcule decomposition, we set up a dynamical Nutrition-Phytoplankton-Zooplankton model, and analyzed the dynamical stability of the model solution by using modern nonlinear theory. The results indicate that the stability of the model will change or even bifurcate when the parameters change.

Key words HABs, dynamics, nonlinear, stability, bifurcation