

磁流变阻尼力建模及主共振研究*

杨绍普¹ 李韶华²

(1. 石家庄铁道学院, 石家庄 050043)(2. 石家庄铁道学院机械工程分院, 石家庄 050043)

摘要 通过实验建模, 提出了一种改进的 Bingham 模型来描述磁流变阻尼力, 模型中的各参数具有明确的物理意义, 都与磁流变阻尼器的特性有关. 另外, 还采用此模型研究了单自由度天棚阻尼控制系统的主共振, 利用平均法得到了系统的理论解, 并对理论解进行了数值验证. 最后, 研究了各参数对主共振的影响, 从而可以更加有效地控制主共振.

关键词 磁流变阻尼, 建模, 平均法, 主共振, 天棚阻尼

引言

天棚阻尼半主动控制的概念起源于 Karnopp's studies^[1]. 此系统包括可控制的阻尼器、簧载质量和一个绝对坐标系中的框架(安装在空中). 近年来, 随着功能强大、价格便宜的信号处理器和加速度计的出现, 其应用也越来越广泛.

磁流变液是一种新兴的智能材料, 由微米级的铁粒子、基液和一些添加剂(稳定剂和防腐剂)组成. 当外加磁场变化时, 会导致磁流变液的屈服应力和表观粘度变化, 磁流变液阻尼器在简谐位移激励作用下呈现滞后响应特性^[2,3]. 因此, 磁流变液阻尼器在振动控制应用方面受到了国内外很多学者和科研机构的关注, 天棚阻尼半主动控制的磁流变液阻尼器的研究就是其中的一个热点问题.

磁流变阻尼力的建模是一个关键性的问题, 迄今已有很多模型问世. 其中 Bingham 塑性模型较为常用^[4]. 此外, 还有双粘性模型、Bouc-Wen 模型、Herschel-Bulkley 模型和多项式模型等^[5~9]. 以上各种模型由于形式复杂, 在理论分析时很难得到系统的解析解. 研究一种适用于工程应用的简单模型迫在眉睫, 而这种模型既要反映磁流变阻尼器的基本特性, 又要对系统的动力学响应提供可靠的理论预测.

本文提出了一个简单的滞后非线性模型来模拟磁流变阻尼力, 并进行了大量的实验工作, 结果表明实验数据与理论模型非常吻合, 说明这个模型是行之有效的. 另外, 本文还采用这个模型研究了天棚控制的磁流变阻尼系统的主共振, 用平均法得到了稳态响应的解析解和幅频响应曲线, 并研究了

系统参数对幅频响应的影响, 最后对理论解进行了数值验证. 本文的研究成果对于磁流变系统动力学特性评价和控制律的研究具有指导作用.

1 磁流变阻尼力建模

Bingham 塑性模型是预测 MRF 阻尼系统响应的最常用的模型, 但是此模型不包括滞后成分, 其表达式为

$$f(t) = C_1 V + F_y \text{sgn}(V) \quad (1)$$

其中 $f(t)$ 是磁流变液阻尼力, F_y 是控制力, V 是活塞和圆柱筒间的相对速度, C_1 是粘性阻尼系数.

从这种情况出发, 提出了一种改进的具有滞后环的 Bingham 模型, 其表达式为

$$\begin{cases} F = C_1 V + F_y \text{sgn}(V - V_0) & \dot{V} > 0 \\ F = C_1 V + F_y \text{sgn}(V + V_0) & \dot{V} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 \dot{y} 和 \ddot{y} 是阻尼器的活塞和柱筒的相对速度和相对加速度, C_1 是粘性阻尼系数, V_0 是磁流变阻尼器的零力速度.

该模型如图 1 示, 此图由 A, B 两部分组成, 分

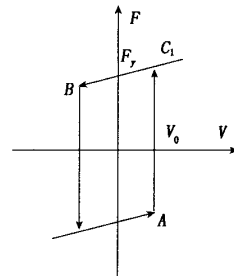


图 1 改进 Bingham 模型

Fig. 1 The Modified Bingham model

2004-08-17 收到第 1 稿, 2004-10-25 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10172060)

别由式(2)的两个式子得到.式(2)可改写为

$$F = C_1 V + F_y \text{sgn}(V \mp V_0) \quad (3)$$

此模型只有3个参数,可由实验数据拟合.我们得到的力-速度实验曲线如图2所示.从图中可见,实验数据与模型的理论曲线基本吻合,均呈现明显的滞后非线性.

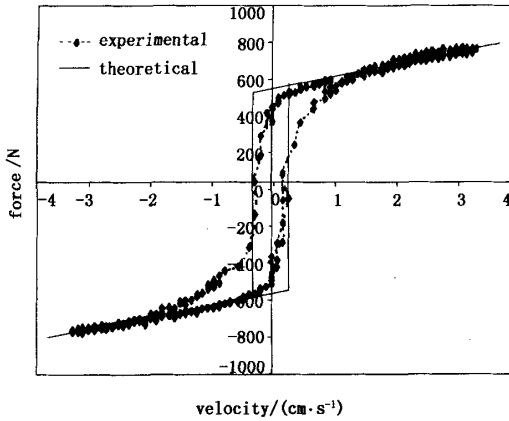


图2 力速度曲线

Fig.2 The force velocity curve

2 天棚控制阻尼系统的主共振

本文研究的天棚控制阻尼系统如图3所示.系统的运动方程为

$$m\ddot{y} + K(y - y_0) + F = 0$$

$$y(0) = A, y'(0) = 0 \quad (4)$$

其中 m 是车体质量, \ddot{y} 和 \dot{y} 是车体相对垂直加速度和速度, y_0 是位移激励, K 是弹簧刚度, F 是磁流变阻尼力.

设路面位移激励为

$$y_0 = Y_0 \cos(\Omega t) \quad (5)$$

磁流变阻尼力采用本文提出的模型式(3).选取无量纲位移 $x = y/A$, 无量纲时间 $\tau = \omega t$, 对式(4)进行无量纲化可得

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + x + \alpha \text{sign}(\dot{x} \mp \dot{x}_0) = h \cos(\gamma \tau) \quad (6)$$

其中

$$n = \frac{C_1}{2m\omega}, \gamma = \frac{\Omega}{\omega}, \alpha = \frac{F_y}{m\omega}$$

$$\dot{x}_0 = \frac{V_0}{A\omega}, h = \frac{Y_0}{A}, \omega^2 = \frac{K}{m}$$

本文研究主共振情况,激励为小值.另外,控制力和阻尼也是小量,将这3个小量前面加上 ϵ , 上式可改写为(为便于理解,仍用 t 代替 τ , 表示无量纲

时间)

$$\ddot{x} + x = \epsilon(-2n\dot{x} - \alpha \text{sign}(\dot{x} \mp \dot{x}_0) + h \cos(\gamma t)) \quad (7)$$

设式(7)的解为

$$\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ \dot{x} = -a \sin \varphi \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\varphi = t + \theta$.

对式(8)求导并与式(6)联立,可解得振幅 a 和相位 θ 满足的一阶微分方程

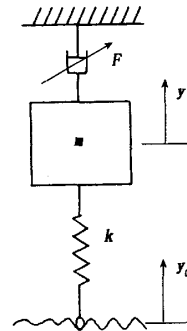


图3 单自由度天棚阻尼系统

Fig.3 The SDOF skyhook damping system

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \epsilon R(a, \theta, t) \\ \frac{d\theta}{dt} = \epsilon S(a, \theta, t) \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$R(a, \theta, t) = -(-2n\dot{x} - \alpha \text{sign}(\dot{x} \mp \dot{x}_0) + h \cos(\gamma t)) \sin \varphi = -2na \sin^2(\varphi) - h \cos(\gamma t) \sin(\varphi) + \alpha \text{sign}(-a \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \sin(\varphi)$$

$$S(a, \theta, t) = -\frac{1}{a}[-2n\dot{x} - \alpha \text{sign}(\dot{x} \mp \dot{x}_0) + h \cos(\gamma t)] \cos \varphi = -\frac{1}{a} h \cos(\gamma t) \cos(\varphi) - 2n \cos(\varphi) \sin(\varphi) + \frac{1}{a} \alpha \text{sign} \times (-a \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \cos(\varphi) \quad (10)$$

主共振时激励频率满足

$$\gamma = 1 + \epsilon \sigma, \sigma = O(1) \quad (11)$$

其中 ϵ 是小参数, σ 是调谐参数.

对式(9)进行 Performeingn K-B 变换^[13], 可得

$$\frac{da}{dt} = \epsilon \left\{ -an - \frac{1}{2} h \sin(\theta - \epsilon t \sigma) + \frac{\alpha}{2\pi} \times \int_0^{2\pi} \text{sign}(-a \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \sin(\varphi) d\varphi \right\} \quad (12a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \epsilon \left[-\frac{h}{2a} \cos(\theta - \epsilon t \sigma) + \frac{\alpha}{2\gamma a \pi} \int_0^{2\pi} \text{sign}(-pa \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \cos(\varphi) d\varphi \right] \quad (12b)$$

由 $-a \sin(\varphi) + \dot{x}_0 = 0$ 可得

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{\dot{x}_0}{a}\right), \varphi_2 = \pi + \varphi_1 \quad (13)$$

因此

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{sign}(-a \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \sin(\varphi) d\varphi = \\ \frac{\alpha}{2\pi} \left[\int_0^{\varphi_1} \sin(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -\sin(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_2}^{2\pi} \sin(\varphi) d\varphi \right] = -\frac{2\alpha}{\pi} \cos\varphi_1 = \\ -\frac{2\alpha \sqrt{a^2 - \dot{x}_0^2}}{\pi a} \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2\pi a} \int_0^{2\pi} \text{sign}(-a \sin(\varphi) \mp \dot{x}_0) \cos(\varphi) d\varphi = \\ \frac{\alpha}{2\pi a} \left[\int_0^{\varphi_1} \cos(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -\cos(\varphi) d\varphi + \int_{\varphi_2}^{2\pi} \cos(\varphi) d\varphi \right] = \\ \frac{2\alpha}{\pi a} \sin\varphi_1 = -\frac{2\alpha \dot{x}_0}{\pi a^2} \end{aligned} \quad (14b)$$

从而式(12)可改写为

$$\frac{da}{dt} = \epsilon \left[-an - \frac{1}{2} h \sin(\theta - \epsilon t \sigma) - \frac{2\alpha}{a\pi} \sqrt{a^2 - \dot{x}_0^2} \right] \quad (15a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \epsilon \left[-\frac{h}{2a} \cos(\theta - \epsilon t \sigma) + \frac{2\alpha \dot{x}_0}{\pi a^2} \right] \quad (15b)$$

令 $\frac{da}{dt} = 0, \frac{d\theta}{dt} = 0$ 可得系统的稳态解

$$\begin{cases} \sin\beta = -\frac{2}{ah\pi} (a^2 n\pi + 2\alpha \sqrt{a^2 - \dot{x}_0^2}) \\ \cos\beta = -\frac{2}{ah\pi} (-2\dot{x}_0\alpha + a^2 \pi\sigma) \end{cases} \quad (16)$$

其中 $\beta = \theta - \epsilon t \sigma$. 消去式(16)中的 β 可得系统的幅频响应方程

$$\begin{aligned} \frac{4a^2\sigma^2}{h^2} - \frac{16\alpha\dot{x}_0\sigma}{h^2\pi} + \left(-1 + \frac{4a^2n^2}{h^2} + \frac{16n\alpha\sqrt{a^2 - \dot{x}_0^2}}{h^2\pi} + \frac{16a^2}{h^2\pi^2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

上式可改写为

$$\beta_4 a^4 + \beta_2 a^2 + \beta_0 = 0 \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \beta_4 &= \pi^4 (16n^4 + 32n^2\sigma^2 + 16\sigma^4) \\ \beta_2 &= -8\pi^2 \{ h^2\pi^2 (n^2 + \sigma^2) + 16a[\sigma^2 \times \\ &\quad (\pi\dot{x}_0\sigma - \alpha) + n^2(\alpha + \pi\dot{x}_0\sigma)] \} \\ \beta_0 &= h^4\pi^4 + 32h^2\pi^2\alpha(-\alpha + \pi\dot{x}_0\sigma) + \\ &\quad 256\alpha^2[(n\pi\dot{x}_0)^2 + (\pi\dot{x}_0 - \alpha)^2] \end{aligned}$$

由式(18)解得系统稳态响应的振幅和相位为

$$a_{1,2}^2 = \frac{1}{2\beta_4} (-\beta_2 \pm \sqrt{\Delta}) \quad (19)$$

$$\theta = \pi + \arctan\left(\frac{n\pi a^2 + 2\alpha\sqrt{a^2 - \dot{x}_0^2}}{\pi\sigma a^2 - 2\alpha\dot{x}_0}\right) \quad (20)$$

系统的一次近似解为

$$x = a_{1,2} \cos(t + \theta) \quad (21)$$

3 数值仿真

系统参数选为: $C_1 = 1000 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, $F_y = 1000 \text{ N}$, $V_0 = 0.3005 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $Y_0 = 0.1833 \text{ m}$, $m = 350 \text{ kg}$, $K = 28000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $A = 0.0511 \text{ m}$.

改变幅频响应方程(18)中的某一参数, 固定其他参数不变, 可研究该参数对系统幅频响应的影响, 如图4, 5, 6所示. 由图中可以看出:

1) 零力速度 V_0 也取决于磁流变液的可压缩性, 它对系统共振域的影响很小. V_0 在低频区可减小系统响应, 但是在高频区可增加系统响应.

2) 屈服力 F_y 反映磁流变液的可压缩性, 对幅频响应的影响很大. F_y 增加, 响应振幅下降, 系统变得更为稳定.

3) 增加磁流变液的阻尼可减小系统响应振幅, 在共振区效果明显, 在远离共振区时效果不明显.

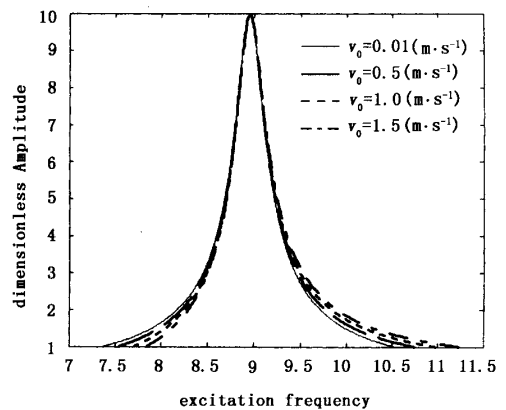


图4 V_0 对主共振的影响

Fig. 4 The effect of V_0 on the response

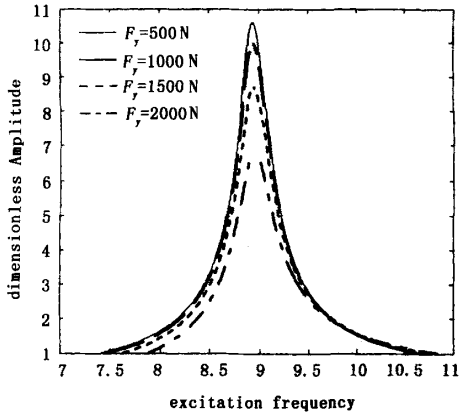


图 5 F_y 对主共振的影响

Fig. 4 The effect of F_y on the response

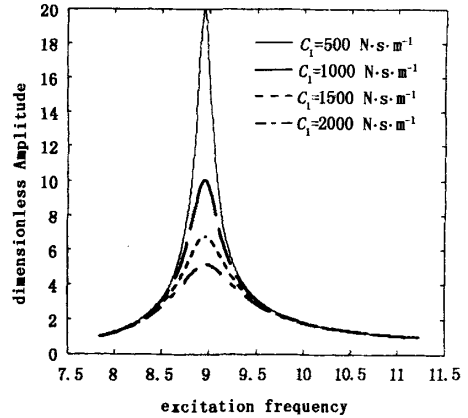


图 6 C_1 对主共振的影响

Fig. 4 The effect of C_1 on the response

为了验证平均法得到的理论解的正确性,对式(7)进行数值积分,求得的数值解如图 7 所示(虚

线为理论解,实线为数值解).从图 7 中可以看出,理论解与数值解吻合得很好.

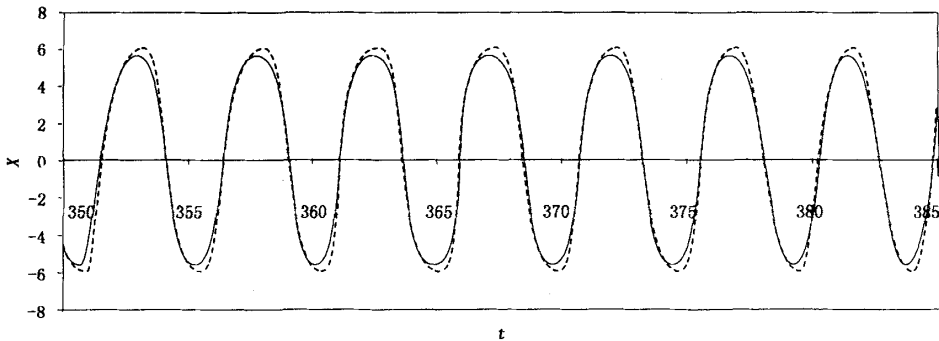


图 7 无量纲系统的理论解和数值解

Fig. 7 Comparison between analytical and numerical solution of dimensionless system

4 结论

本文提出了一个简单的滞后非线性模型,并进行了大量的实验工作,结果证明实验数据与此模型非常吻合,说明这个模型是行之有效的.我们还采用这个模型,通过平均法得到了系统发生主共振时的理论近似解,并进行了数值验证,从而进一步证明本文所建的模型是行之有效的.

另外,本文还对影响系统主共振的因素进行了研究,包括 MRF 的阻尼 c_1 、MRF 的屈服力 F_y 、及零力速度 V_0 . 这 3 个因素都与 MRF 的可压缩性有关,MRF 的可压缩性越大,阻尼越大,屈服力越大,零力速度也越大,本文的研究结果对于主共振控制可提供一定的理论指导作用.

参 考 文 献

- 1 Karnopp D, Crosby, MJ, Harwood RA. Vibration control using semi-active force generators. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1997, 96: 619~626
- 2 Gordaninejad F, Hanson RD, Quattrone R, Robertshaw HH, Rogers CA, Shinozuka M, Shoureshi R, Smith A. (a NSF Committee). Rebuilding and enhancing the nation's infrastructure: a role for intelligent material systems and structures. *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures*, 1995, 6: 4~12
- 3 Ginder JM. Behavior of magnetorheological fluid. *MRS Bulletin*, 1998, 26~29
- 4 Stanway R, Sproston JL, EL-Wahed AK. Application of electrorheological fluids in vibration control. *A survey*,

- Smart Materials and Structures*, 1996, 5(4):464~482
- 5 Bouc R. Forced Vibration of Mechanical System with Hysteresis. Proc of Conf on Nonlinear Oscillations, Prague, Czechoslovakia, 1967
 - 6 Wen YK. Method for random vibration of hysteretic systems. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1976, 102(2):249~263
 - 7 Wang X, Gordaninejad F. Flow analysis of field-controllable, electro-and magneto-rheological fluids using herchel-bulkley model. *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures*, 1999, 10(8):601~608
 - 8 Choi SB, Lee SK. A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnet-rheological damping. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 245(2):375~383
 - 9 Caughey TK. Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis. *J Applied Mechanics*, 1960, 12:640~643
 - 10 Iwan WD. The Steady-state response of a two-degree-of-freedom bilinear hysteretic system. *J Applied Mechanics*, 1965, 3:151~156
 - 11 Masri SF. Forced vibration of the damped bilinear hysteretic oscillator. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1975, 57(1):106
 - 12 陈予恕. 非线性振动. 天津:天津科技出版社, 1983, 117~131 (Chen YS. Nonlinear Oscillations. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 1983, 117~131 (in Chinese))

PRIMARY RESONANCE REDUCTION OF A SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM SYSTEM USING MAGNETO-RHEOLOGICAL FLUID DAMPERS*

Yang Shaopu¹ Li Shaohua²

(1. Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China)

(2. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract This paper proposed a modified Bingham model to describe the magneto-rheological fluid (MRF) damping force by experimental data. The model parameters have direct physical significance to the MRF damper properties. In addition, the primary resonance reduction in a single-degree-of-freedom (SDOF) skyhook controlled system was investigated. An analytical solution for the system's primary resonance was obtained, which was verified by numerical solution. The effect of changing physical model parameters on the system's primary resonance was also studied.

Key words MRF damping, model establishing, average method, primary resonance, skyhook damping