

高速铁路接触网-受电弓系统受流稳定性*

郭京波 杨绍普 高国生

(石家庄铁道学院振动与噪声控制研究所, 石家庄 050043)

摘要 采用摄动法对高速受电弓系统模型进行分析, 得出系统稳定边界及周期解, 又采用 Lyapunov 特征指数对系统稳定性进行分析, 结果表明采用该两种方法分析接触网-受电弓系统的稳定性结果一致, 为进一步研究高速铁路弓网系统及设计新一代受电弓提供了参考。

关键词 受电弓, 高速列车, Mathieu 方程, Lyapunov 指数, 稳定性

引言

随着人们生活水平的不断提高, 人们对铁路的要求也越来越高, 高速、快捷、舒适的乘车环境是铁路发展的必然趋势。要提高列车运行速度, 除需要改进列车结构和提高线路强度外, 必须解决好列车的受流问题。

高速机车是通过受电弓从接触网上取得电能的, 受电弓与接触导线的稳定接触是列车获得良好受流的重要条件。然而, 随着列车速度的提高, 弓网间接触力会发生变化, 系统产生自激振动, 振动幅度过大会造成受电弓滑板与接触网导线分离, 出现离线现象。离线对电力机车牵引供电非常有害, 不仅会引起机车受流不良, 造成机车运行不稳定, 加速接触网和受电弓滑板的磨损, 产生无线电信号干扰, 损坏机车电气^[1], 严重时会造成巨大经济损失。

机车受流稳定性研究, 主要从两方面展开, 一是从提高受电弓自身动态特性出发, 二是从改善接触网特性出发。事实上, 受电弓和接触网相互耦合, 相互作用, 只有很好地处理二者关系, 研究其相互作用机理, 才有可能从根本上提高机车受流质量。本文拟从非线性理论的角度出发, 建立基于 Mathieu 方程的受电弓-接触网模型, 以分析列车受流的稳定性。

1 弓网模型描述

如图1所示为列车运行过程中, 受电弓和接触网系统模型。接触网的刚度对列车的正常受流影响很大, 而接触网的刚度并非均匀不变, 在每跨两端处, 接触网的刚度较大, 在跨内的中间位置, 接触网的刚度最小。机车在运行过程中, 受电弓与接触导

线直接接触, 所以机车所处位置不同, 受电弓受到接触导线的作用力大小也不相同, 假定每跨接触网的刚度是相同的, 那么, 受电弓就受到一个周期激励的作用, 该力的大小与机车运行速度有关^[2-4]。受电弓与接触导线之间的接触力由两部分组成, 一是静接触力, 一是动态接触力。动态接触力对机车的正常受流影响很大, 其大小通常为静接触力的几倍, 动态接触力与机车运行速度、接触网的刚度及轨道特性等因素有关^[3]。

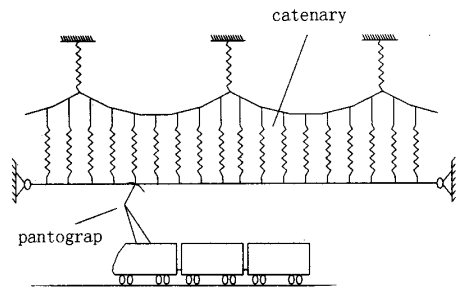


图1 受电弓-接触网系统模型
Fig.1 Model of the pantograph-catenary system

为分析方便, 对弓网系统进行简化, 把接触网对受电弓的作用简化为一个等效变刚度弹簧, 受电弓看作一集中质量块, 如图2所示。将接触网的刚度看作一个余弦函数^[1,4], 该函数与机车速度、接触网跨距等有关, 即

$$k(t) = k_0(1 + \alpha \cos(\frac{2\pi v}{L}t)) \quad (1)$$

式中 v 为机车速度, m/s; L 为接触网每跨间的距离, m; k_0 为平均刚度, N/m; α 为刚度差异系数,

$$\alpha = \frac{k_{\max} - k_{\min}}{k_{\max} + k_{\min}}, k_0 = \frac{k_{\max} + k_{\min}}{2}$$

2004-08-17 收到第1稿, 2004-09-10 收到修改稿。

* 河北省教育厅基金资助项目(200127)

$k_{\max}k_{\min}$ 为接触网跨内最大,最小刚度, N/m.

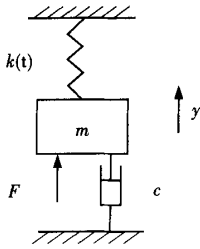


图2 受电弓-接触网系统简化模型
Fig.2 simplified model of pantograph-catenary system

对图2分析不难写出弓网系统的动力学方程

$$m\ddot{y} + cy + k(1 + \alpha \cos \frac{2\pi v}{L}t)y = F \quad (2)$$

令 $\tau = \frac{\pi v}{L}t$, 则

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{\pi v}{L} \frac{dy}{d\tau},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (\frac{\pi v}{L})^2 \frac{d^2y}{d\tau^2}$$

将上式代入式(2),化简后得

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{cL}{m\pi v} \frac{dy}{d\tau} +$$

$$\frac{k_0 L^2}{m\pi^2 v^2} (1 + \alpha \cos 2\tau)y = \frac{FL^2}{m\pi^2 v^2} \quad (3)$$

再令 $r = \frac{\pi v}{L}, \frac{k_0}{m} = \omega_0^2, \frac{cL}{m\pi v} = 2\zeta, \frac{k_0 L^2}{m\pi^2 v^2} = \delta,$

$\frac{k_0 L^2 \alpha}{m\pi^2 v^2} = 2\epsilon, \frac{FL^2}{m\pi^2 v^2} = f$

则式(3)得到

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{dy}{d\tau} + (\delta + 2\epsilon \cos 2\tau)y = f \quad (4)$$

式(4)为含阻尼项的Mathieu方程,对Mathieu方程的分析推导已有许多文献,本文为分析方便,仅作简要推导,详见文献[2].

2 稳定受流边界的确定

在小阻尼条件下,用摄动法确定稳定性边界.

并假设 $\zeta = \epsilon\mu, \mu = O(1)$

对于 $0 \leq |\epsilon| \leq 1$, 将周期解 $y(t)$ 及稳定边界 $\delta(\epsilon)$ 关于 ϵ 展开

$$\begin{cases} y(t) = y_0(t) + \epsilon y_1(t) + \epsilon^2 y_2(t) + \dots \\ \delta(\epsilon) = \delta_0 + \epsilon \delta_1 + \epsilon^2 \delta_2 + \dots \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4),比较 ϵ 同次幂得

$$\ddot{y}_0(t) + \delta_0 y_0(t) = 0$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(t) + \delta_0 y_1(t) = & \\ -(\delta_1 + 2\cos 2\tau)y_0(t) - 2\mu \dot{y}_0(t) & \\ \ddot{y}_2(t) + \delta_0 y_2(t) = & -\delta_2 y_0(t) - \\ (\delta_1 + 2\cos 2\tau)y_1(t) - 2\mu \dot{y}_1(t) & \end{aligned} \quad (6)$$

解方程式(6)第1式得到周期解

$$y_0 = a \cos \sqrt{\delta_0} \tau + b \sin \sqrt{\delta_0} \tau \quad (7)$$

其中 $\delta_0 = n^2, n = 0, 1, 2, \dots$

2.1 $\delta_0 = 0$ 时的稳定边界和 π 周期解

$$\delta(\epsilon) = -\frac{\epsilon^2}{2} + O(\epsilon^3) \quad (8)$$

$$y(\tau) = a + \frac{\epsilon a}{2} (\cos 2\tau - \zeta \sin 2\tau) + \frac{\epsilon^2 a}{32} \cos 4\tau + O(\epsilon^3) \quad (9)$$

对于受电弓系统可以得到稳定受流边界

$$\alpha(r) = -\frac{8r^2}{\omega_0^2} + O(r^3) \quad (10)$$

2.2 $\delta_0 = 1$ 时的稳定边界和 π 周期解

$$\delta(\epsilon) = 1 \pm \sqrt{\epsilon^2 - 4\zeta^2} - \frac{\epsilon^2}{8} + O(\epsilon^3) \quad (11)$$

对于受电弓系统可以得到稳定受流边界

$$r^4 \pm \sqrt{\frac{\omega_0^4 \alpha^2}{4} - \frac{4c^2 r^2}{m^2}} r^2 - \omega_0^2 r^2 - \frac{1}{32} \omega_0^4 \alpha^2 = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} y(\tau) = a \cos \tau + b \sin \tau + & \\ \frac{\epsilon}{8} [(a + \frac{3\zeta b}{4}) \cos 3\tau + (b - \frac{3\zeta a}{4}) \sin 3\tau] + & \\ \frac{\epsilon}{64} [\pm \sqrt{\epsilon^2 - 4\zeta^2} (a \cos 3\tau + b \sin 3\tau) + & \\ \frac{\epsilon}{3} (a \cos 5\tau + b \sin 5\tau)] + O(\epsilon^3) & \end{aligned} \quad (13)$$

2.3 $\delta_0 = 4$ 时的稳定边界和 π 周期解

$$\delta(\epsilon) = 4 + \frac{\epsilon^2}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{16} \epsilon^4 + 16\zeta^2} + O(\epsilon^3) \quad (14)$$

对于受电弓系统可以得到稳定受流边界

$$-\frac{\omega_0^2}{r^2} + \frac{1}{24} \frac{\omega_0^4 \alpha^2}{r^4} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^8 \alpha^4}{256 r^8} + \frac{4c^2}{m^2 r^2}} + 4 = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} y(\tau) = a \cos 2\tau + b \sin 2\tau - & \\ \epsilon (\frac{a}{4} - \frac{a}{12} \cos 4\tau - \frac{b}{12} \sin 4\tau) + & \\ \frac{\epsilon^2}{284} (a \cos 6\tau + b \sin 6\tau) + O(\epsilon^3) & \end{aligned} \quad (16)$$

因此由式(7), (10), (13) 可以得到弓网系统的稳定边界曲线,如图3所示.

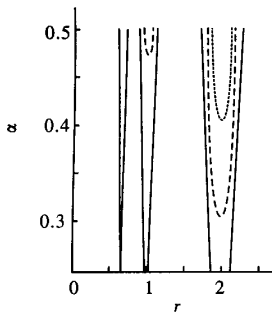


图3 Mathieu方程的稳定边界
Fig.3 Stable boundary of Mathieu equation

在实际弓网系统中, α 为接触网刚度不均匀系数, 其变化范围为 $0.25 \sim 0.6$ ^[2], 而 r 为与列车速度有关的系数, 假定列车速度为 550 km/h , 接触网跨距 L 为 $35 \sim 70\text{m}$ 之间, 则 $r < 6.8 \sim 12$. ζ 为与阻尼有关的系数, 其范围取 $0 \sim 0.1$. 为此对弓网系统进行分析计算, 最后可以得到如图所示的弓网系统稳定边界, 图中实线、虚线及点线分别表示 $\zeta = 0, 0.015, 0.05$ 时的稳定边界. 分析图中曲线可以发现, 随着阻尼系数的 ζ 的增大, 稳定区域变大, 原本不稳定的区域会变为稳定的, 如在 $\zeta = 0.015, r = 2, \alpha = 0.35$ 时系统不稳定, 但当 $\zeta = 0.05, r = 2, \alpha = 0.35$ 系统就是稳定的.

3 弓网系统的 Lyapunov 指数

为更好的分析弓网系统的稳定性, 有必要对系统的 Lyapunov 指数进行计算.

Lyapunov 特征指数作为表示动力系统任意相邻归线间的平均发散或平均收敛的一种度量, 它可以用于包括平衡点、周期运动、概周期运动以及混沌运动的稳定性描述, 是目前判断混沌最可靠的一种定量方法^[6].

对于连续动力系统

$$\dot{y} = f(y, t), y \in R^n, t \in R^1 \quad (17)$$

令

$$\begin{aligned} w(t) &\stackrel{\text{def}}{=} y(t) - \bar{y}(t), \\ w_0 &\stackrel{\text{def}}{=} y(0) - \bar{y}(0) \end{aligned}$$

对于充分小的 $\|w(t)\|$, $w(t)$ 满足线性变系数常微分方程

$$\dot{w} = Df(\bar{y}, t)w, w(0) = w_0 \quad (18)$$

那么 Lyapunov 特征指数为

$$\sigma(\bar{y}, w_0) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\|w_0\|} \frac{1}{t} \ln \frac{\|w(t)\|}{\|w_0\|} \quad (19)$$

事实上, 当 $t \rightarrow \infty$ 时 $\|w_0\|$ 在定义中并不起作用. 这样 $\sigma(\bar{y}, w_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\|w_0\|} \frac{1}{t} \ln \frac{\|w(t)\|}{\|w_0\|}$

对系统(4)进行 Lyapunov 指数计算, 系统的参数选择及计算结果如表 1 所示.

表 1 弓网系统的 Lyapunov 指数
Tab.1 The Lyapunov Exponents of pantograph-catenary system

No	ζ	r	α	f	σ_1
1	0.015	1	0.5	0.05	7.30059×10^{-3}
2	0.015	1	0.3	0.05	-1.53202×10^{-6}
3	0.02	2	0.5	0.05	5.142968×10^{-6}
4	0.02	2	0.3	0.05	-8.813693×10^{-6}

比较图 4 及表 1 发现, 采用摄动法分析弓网系统的稳定边界和用 Lyapunov 特征指数分析系统的稳定性结果是一样的. 如当 $r = 1, \alpha = 0.5$ 时, 最大 Lyapunov 指数 = 7.30059×10^{-3} 大于零, 说明系统不稳定, 但当接触网的不均匀系数减小, 即 $\alpha = 0.3$ 时, Lyapunov 指数为负数, 系统重新变为稳定, 该结果与实际弓网系统也相一致.

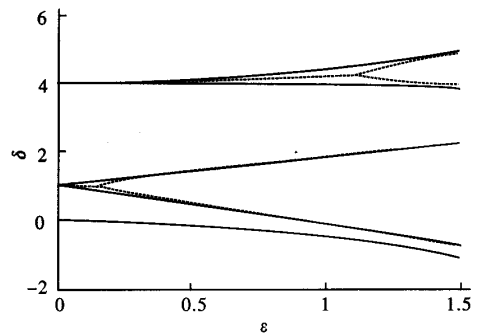


图 4 弓网系统稳定受流边界曲线
Fig.4 Stable current-collecting boundary of pantograph-catenary system

4 结论

1) 在 $\epsilon-\delta$ 平面内, 稳定区域和非稳定区域是同时存在的, 而且相间排列的.

也就是说在一定的参数下, 当列车运行速度达到一定数值时可能出现受流不稳定, 但当列车运行速度再提高时, 列车的受流又可能进入另外一个稳定状态.

2) 系统的参数对系统的稳定性影响很大随着速度的提高, 不稳定区域增大, 在列车速度较低时, 不稳定区域很窄, 实际上, 由于受电弓-接触网中摩擦的存在, 以及机械结构的滞后性, 在列车运行

较低时不稳定受流现象是不可能出现的。

3) 受电弓和接触网系统的实际技术参数之间是相互匹配、相互关联的, 每种类型的接触网由于所对应的 α 不同, 所以与之相匹配的受电弓也不同, 一种类型的受电弓适应一种类型的接触网, 对既有线路只能针对现有的接触网形式设计高性能受电弓, 从而提高列车的受流质量。

4) 利用 Lyapunov 指数可较全面的分析系统的初值和参数变化对系统运动稳定性的影响, 本文给出的方法是分析高速弓网系统的运动稳定性简便有效的方法之一。

参 考 文 献

- 1 于万聚. 高速接触网的受流稳定性分析. 西铁科技, 1996(2):38~44(Yu Wanju. Analyses of stable current - collecting of high speed catenary. *west railway technology*, 1996(2):38~44(in Chinese))
- 2 Wu TX, Brennan MJ. Basic analytical study of pantograph - catenary system dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 1998, 30:443~456
- 3 Poetsch G. Pantograph/catenary dynamics and control. *Vehicle System Dynamics*, 1997, 30:159~195
- 4 安孝廉. 受电器. 北京: 中国铁道出版社, 1984 (An Xiaolian. Current collector. Beijing: China railway press, 1984 (in Chinese))
- 5 褚亦清, 李翠英. 非线性振动分析. 北京: 北京理工大学出版社, 1996. 9 (Zhu Yiqing, Li Cuiying. Nonlinear vibration analyses. Beijing: Beijing Institute of technology Press, 1996. 9(in Chinese))
- 6 胡海岩. 应用非线性动力学. 北京: 航空工业出版社, 2000 (Hu Haiyan. Applied nonlinear. Dynamics. Beijing: Aviation Industry Press, 2000(in Chinese))

ANALYSIS ON STABLE CURRENT-COLLECTING OF PANTOGRAPH-CATENARY SYSTEM*

Guo Jingbo Yang Shaopu Gao Guosheng

(Institute of Vibration and Noise Control, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract This paper first established a model for the pantograph-catenary system of high speed train. Then by using the perturbation method, the stable regions and the periodic solution of the model were obtained, which were compared with the results obtained from using the Lyapunov exponents method. The results show that the above two methods can obtain the same conclusions for analysing the stable current-collecting of pantograph-catenary system. So the model provides a reference for studying the high speed pantograph-catenary system and designing new type pantograph.

Key words pantograph-catenary system, high-speed train, Mathieu equation, Lyapunov exponents, stability