

欠驱动刚体航天器姿态运动规划的遗传算法

戈新生¹ 陈立群² 刘延柱³

(1. 北京机械工业学院基础部, 北京 100085)

(2. 上海大学上海应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(3. 上海交通大学工程力学系, 上海 200030)

摘要 研究欠驱动刚体航天器姿态的非完整运动规划问题. 航天器利用3个动量飞轮可以控制其姿态和任意定位. 当其中一轮失效, 航天器姿态通常表现为不可控. 在系统角动量为零的情况下, 系统的姿态控制问题可转化为无漂移系统的运动规划问题. 基于优化控制理论, 提出了求解欠驱动刚体航天器的姿态运动控制遗传算法, 并且数值仿真表明: 该方法对欠驱动航天器姿态运动的控制是有效的.

关键词 欠驱动航天器, 姿态运动, 运动规划, 遗传算法

引言

众所周知航天器利用3个喷气推力或动量飞轮可以完全控制其姿态和任意定位. 当航天器某一动量飞轮发生故障或失效, 仅依靠两个动量飞轮维持姿态控制和定位, 这一特殊的航天器系统被称为欠驱动航天器. 在某些情况下, 欠驱动航天器也能有效的进行姿态控制和定位. 因此欠驱动航天器的姿态控制问题引起人们的重视. Crouch^[1]证明了航天器在各种动量飞轮或喷气推力激励下的可控性问题. Aeyels^[2]和 Krishnan 等^[3,4]研究了少于3个动量飞轮或喷气推力激励下航天器角速度方程的稳定性. Tsiotras 等^[5]讨论了由两个控制输入的航天器姿态运动规划和稳定性问题. Bloch 等^[6]假设系统角动量为零的条件下给出了带有两个飞轮航天器几何状态表述. Walsh 等^[7]使用 Lie 代数方法证明了系统可控性并给出相应的控制结构. Fernandes 等^[8]提出一种变分优化算法(近似优化算法), 给出双刚体航天器系统的优化输入和姿态运动轨迹. 作者^[9]利用遗传算法, 研究了航天器太阳帆板展开过程优化控制问题.

本文利用遗传算法研究带有两个动量飞轮刚体航天器姿态运动规划问题. 首先由多体动力学方法导出带有两个动量飞轮激励的刚体航天器姿态动力学方程, 然后根据最优控制理论建立系统控制的目标函数, 确定最优控制的染色体的基因结构和适应

度函数, 并设计相应的遗传操作. 最后通过算例数值仿真, 以验证方法的有效性.

1 系统模型

考虑带有两个动量飞轮的刚体航天器姿态运动的动力学问题(图1). 以系统总质心 O 为原点建立惯性坐标系 $(O-XYZ)$, 设 $(O_i-x_i y_i z_i)$ ($i=0, 1, 2$) 分别为主刚体 B_0 和动量飞轮 B_i 的主轴连体坐标系. 令初始位置两个坐标系相重合, 航天器绕三轴旋转可达到一任意姿态, 相应的旋转矩阵用 $R(\theta, \phi, \varphi)$ 表示, 其中 θ, ϕ 和 φ 为 Cardan 角. 航天器质量及轮1和轮2的质量分别为 m_0, m_1 和 m_2 . 航天器的惯量张量分别表示为 I_0, I_1 和 I_2 . 各连体坐标系原点 O_i ($i=0, 1, 2$) 相对系统总质心 O 的矢径为 ρ_i ($i=0, 1, 2$), 两飞轮相对于系统总质心位置可写为

$$\rho_1 = \rho_0 + d_1 b_1, \rho_2 = \rho_0 + d_2 b_2 \quad (1)$$

其中 b_1 和 b_2 分别为轮1和轮2转动轴基矢量, 并且二轮转动轴基矢量均垂直于航天器另一主轴. d_1 和 d_2 表示轮1和2分别沿基矢量 b_1 和 b_2 到航天器质心的距离. 设 ω 为航天器的绝对角速度矢量, 航天器系统相对于连体坐标系的角动量可表示为

$$R(\theta, \Psi, \phi)H = J\omega + \sum_{i=1}^2 I_i(\omega + b_i \dot{\theta}_i) \quad (2)$$

其中 θ_i ($i=1, 2$) 为飞轮 B_i 绕 b_i 的转动角, j_i ($i=1, 2$) 分别为动量飞轮 B_i 绕 b_i 轴的惯量矩. 设航天器系统起始动量矩 H 为零. 式(3)化作为

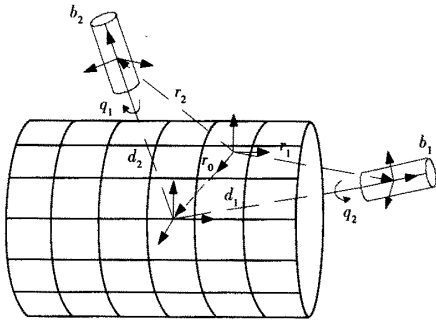


图1 带有两个动量飞轮的航天器系统
Fig. 1 The underactuated spacecraft system

$$\omega = (-J + \sum_{i=1}^2 I_i)^{-1} \sum_{i=1}^2 b_i \dot{\theta}_i \quad (3)$$

这里航天器的角速度 ω 相对 (O_1-x_1, y_1, z_1) 各主轴的投影 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 可用 Cardan 角及导数表示为^[10]

$$\omega = L \dot{q} = \begin{bmatrix} \cos\Psi \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\cos\Psi \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \sin\varphi & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式(4)带入式(3)得到

$$\dot{q} = -L^{-1}(J + \sum_{i=1}^2 I_i)^{-1} \sum_{i=1}^2 b_i \dot{\theta}_i \quad (5)$$

式(5)为不可积的系统角动量守恒方程。

2 最优控制方法

定义航天器主刚体的位形 $q = (\theta, \Psi, \varphi)^T$ 为状态变量, 将动量飞轮相对转动角速度 $\dot{\theta}_i (i=1, 2)$ 取作输入变量, 记作 u , 则系统的状态方程为

$$\dot{q} = B(q)u \quad (6)$$

其中 $B(q) = -L^{-1}(J + \sum_{i=1}^2 I_i)^{-1} \sum_{i=1}^2 b_i$.

根据式(6), 带有两个动量飞轮的刚体航天器的姿态运动可以用 3 个状态变量和两个控制输入的非线性控制系统描述, 这是典型的非完整运动规划问题, 即给定系统的初始和终端位形 $q_0, q_f \in R^3$, 寻找一组控制输入参数 $u(t) \in R^2, t \in [0, T]$, 以控制系统姿态 q_0 由转移到 q_f .

设系统是可控的^[7], 则存在容许控制 $u \in L_2([0, T])$. 这里 $u(t)$ 为 Hilbert 空间 L_2 的可测向量函数. 根据最小能量控制原理, 选择航天器动量飞轮转动耗散能作为最优控制指标, 其性能指标函数为

$$J(u) = \int_0^T \langle u, u \rangle dt \quad (7)$$

设 $\{e_i\}_{i=1}^\infty$ 为 $L_2([0, T])$ 上的规范正交基底. 在实际计算过程中, 考虑有限维的情况, 则取 Fourier 基向量的前 N 项, 即

$$u = \sum_{i=1}^N \alpha_i e_i \quad (8)$$

其中 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, N)$ 为函数 u 在 $\{e_i\}_{i=1}^N$ 基上的投影. 将 α 视作新的控制变量, 引入罚函数方法, 式(8)指标函数 $J(u)$ 可表示为

$$J(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha^2 + \lambda \|f(\alpha) - q_f\|^2 \quad (9)$$

其中 λ 为罚因子, 可以证明^[8], 当 N 和 λ 倾向于无穷时, 式(9)和(7)有相同的最优解. $f(\alpha)$ 是方程(6)由控制输入 u 给定在 $t=T$ 时的解. 因此寻找控制输入 u 使式(7)为极小值的问题转化为寻找 α 使指标函数(9)为极小值的问题。

3 最优控制的遗传算法

利用遗传算法, 通常要对优化变量进行二进制编码. 当变量维数过高且取值范围较大时, 二进制编码串过长将使遗传算法的收敛速度大大降低. 本文在遗传算法中采用实数编码^[11, 12], 它具有精度高和便于大空间搜索等优点. 下面结合带有两个动量飞轮的刚体航天器姿态运动规划的优化问题, 设计相应的遗传算法, 以获得两个动量飞轮的角速度控制输入规律和航天器姿态运动的优化轨迹, 其遗传算法设计步骤如下:

1) 染色体编码: 利用遗传算法的并行搜索机制, 直接对式(9)中函数 $u(t)$ 在 Fourier 基上的投影采用实数编码, $\alpha_i (i=1, 2, \dots, N)$ 表示构成的 N 维向量

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T \quad (10)$$

2) 初始群体: 使用标准高斯分布随机数产生 P 个可能解组成初始解群.

3) 适应度函数: 定义适应度函数为

$$g(\alpha) = 1/J(\alpha) \quad (11)$$

其中 $J(\alpha)$ 为式(9)确定的目标函数, α 为染色体.

4) 选择: 由式(11)计算每一个染色体的适应度函数值 $g(\alpha_i) (i=1, 2, \dots, P)$, 第 i 个染色体的生存概率为

$$P_i = g(\alpha_i) / \sum_{i=1}^P g(\alpha_i) \quad (12)$$

采用轮盘赌方式选择染色体.

5) 交叉: 采用单点交叉技术, 根据交叉概率 P_c 随机设定交叉点, 将两个个体的部分基因进行互换, 生成两个新个体.

6) 变异: 采用变异基因加随机数方法进行变异, 根据变异的概率 P_m 随机的对每一个体 α_i 中的分量 $\alpha_{ij}(i=1, 2, \dots, P, j=1, 2, \dots, N)$ 进行变异

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij} + \delta_j \quad (13)$$

其中 δ_j 是高斯分布的随机数. 重复式(4)~式(6), 直到求出满足条件的最优解.

4 仿真算例

以带有两个动量飞轮航天器姿态运动为例, 其中两个飞轮位于刚体航天器主轴上而另一主轴无动量飞轮. 因此矢量 b_1 和 b_2 由 $b_1 = (1, 0, 0)^T, b_2 = (0, 1, 0)^T$ 给出. 带有两个动量飞轮航天器的质量几何参数为^[3]:

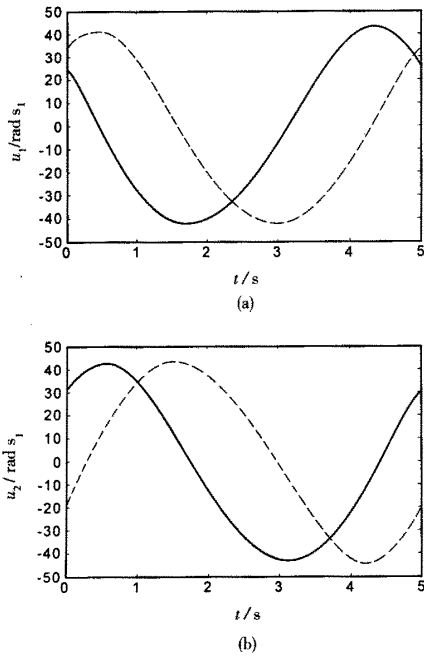


图 2 动量飞轮优化控制输入

Fig. 2 The optimal control input for momentum wheel

$$\begin{aligned} b_1 &= (1, 0, 0)^T, b_2 = (0, 1, 0)^T, \\ d_1 &= d_2 = 0.2 \text{ m}, j_1 = j_2 = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ m_0 &= 500 \text{ kg}, m_1 = m_2 = 5 \text{ kg}, \\ I_0 &= \text{diag}(86.215, 85.07, 113.565) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ I_1 &= \text{diag}(0.5, 0.25, 0.25) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ I_2 &= \text{diag}(0.25, 0.5, 0.25) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \end{aligned}$$

遗传算法控制参数设为: 群体规模 $P = 32$, 染色体长度 $N = 10$, 交换概率 $P_c = 0.9$, 变异概率 $P_m = 0.1$, 进化代数 $R = 6000$. 仿真实验中, 设系统完成运动时间为 $T = 5 \text{ s}$, 选取 10 项 Fourier 基向量^[9].

系统初始和终端位形分别为

$$q_0 = [0 \ 0 \ 0]^T, q_f = [0 \ 0 \ \pi/6]^T$$

其中终端位形为沿无动量飞轮的第三主轴旋转 $\pi/6$ 得到.

仿真结果如图 2~图 3 所示, 其中图 2(a)~(b) 为航天器动量飞轮相对转动的最优控制输入规律, 图 3(a)~(c) 为航天器主刚体从 q_0 到 q_f 姿态运动优化轨迹.

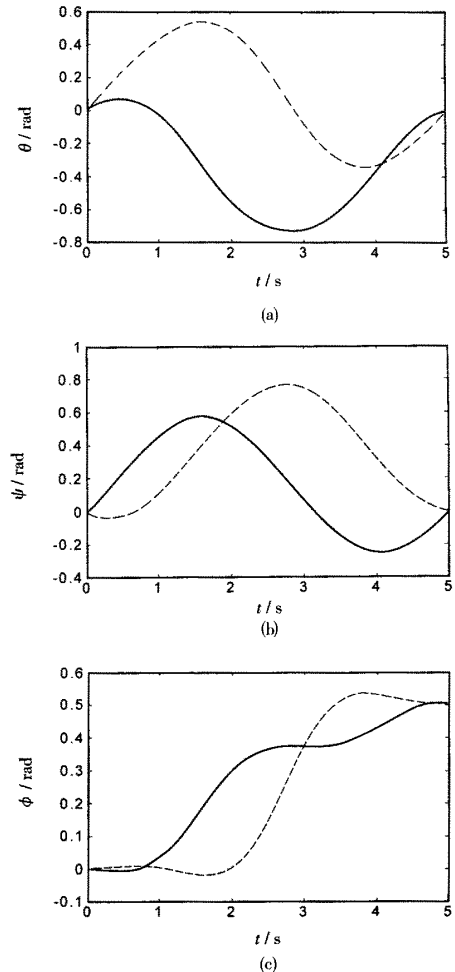


图 3 航天器姿态运动优化轨迹

Fig. 3 The optimal trajectory of a rigid spacecraft

图中的实线为遗传算法得到的结果, 虚线为高斯-牛顿迭代方法计算结果. 算例通过 6000 代遗传

运算得到目标函数最优值 $J(\alpha) = 6.1624$, 误差精度达到 10^{-3} .

5 结论

1) 带有两个动量飞轮的航天器姿态控制问题可以转化为非完整运动规划的优化问题.

2) 利用遗传算法的优化方法, 将其引入非线性系统最优控制问题中是一种新的有益的尝试. 通过仿真算例表明了遗传算法对解决带有两个动量飞轮的航天器姿态运动的优化问题是有效的.

3) 在遗传算法中采用实数编码尽管在理论上没有二进制编码成熟, 但对于研究多个实参数优化问题, 从方法的实现和计算精度考虑, 实数编码为一种更好的选择.

4) 本文提出了带有两个动量飞轮的航天器姿态运动遗传算法优化控制问题, 这一工作也为其它的非线性系统优化控制提供了一个新的途径.

参 考 文 献

- 1 Crouch PE. Spacecraft attitude control and stabilization: application of geometric control theory to rigid body models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29 (4): 87~95
- 2 Aeyels D. Stabilization by smooth feedback of the angular velocity of a rigid Body. *Systems and Control Letters*, 1985, 5: 59~63
- 3 Krishnan H, McClamroch NH, Reyhanoglu M. Attitude stabilization of a rigid spacecraft using two momentum wheel actuators. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18 (2): 256~263
- 4 Krishnan H, Reyhanoglu M, McClamroch NH. Attitude stabilization of a rigid spacecraft using two control Torques: A nonlinear control approach based on the spacecraft attitude dynamics. *Automatica*, 1994, 30 (8): 1023~1027
- 5 Tsiotras P, Corless M, Longuski JM. A novel approach to the attitude control of axisymmetric spacecraft. *Automatica*, 1995, 31 (8): 1099~1112
- 6 Bloch AM, Krishnaprasad PS, Marsden JE, deAlvarez S. Stabilization of rigid body dynamics by internal and external torques. *Automatica*, 1992, 28 (4): 745~756
- 7 Walsh GC, Sastry SS. On reorienting linked rigid bodies using internal motions. *IEEE Trans Robot Automat*, 1995, 11 (1): 139~145
- 8 Fernandes C, Gurvits L, Li Z. Near-optimal nonholonomic motion planning for a system of coupled rigid bodies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39 (3): 450~463
- 9 Ge XS, Liu YZ, Zhang QZ. Optimal control of the Stretching process of solar arrays on a spacecraft using a genetic algorithm. *Technische Mechanik*, 1999, 19 (3): 233~238
- 10 刘延柱. 航天器姿态动力学. 北京: 国防工业出版社, 1995 (Liu Yanzhu. The Spacecraft Attitude Dynamics. Beijing: The Nation Defense Industry Press, 1995 (in Chinese))
- 11 陈国良. 遗传算法及其应用. 北京: 人民邮电出版社, 1996 (Chen Guoling. Genetic Algorithm and Its Application. Beijing: The Public Post Press, 1996 (in Chinese))
- 12 Goldberg DE. Real-Coded genetic algorithm, virtual alphabets and Blocking. *Complex System*, 1991, 5 (2): 139~167

A GENETIC ALGORITHM FOR THE ATTITUDE MOTION PLANNING OF THE UNDERACTUATED RIGID SPACECRAFT*

Ge Xinsheng¹ Chen Liqun² Liu Yanzhu³

(1. *Basic Science Courses Department, Beijing Institute of Machinery, Beijing 100085, China*)

(2. *Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

(3. *Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China*)

Abstract This paper investigated the nonholonomic motion planning of the underactuated spacecraft. The attitude motion of a rigid spacecraft can be controlled by using three momentum wheels. If one of the momentum wheels fails, the complete spacecraft equations are not controllable. If the total angular momentum of the system is zero, the control problem of the spacecraft attitude becomes a steering problem for a drift free control system. Based on the optimal control theory, a genetic algorithm for steering a rigid spacecraft with two momentum wheels was proposed, and the numerical simulation proved the genetic algorithm to be effective.

Key words underactuated spacecraft, attitude motion, motion planning, genetic algorithm