第 2 卷第 1 期
2004 年 3 月

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 2 No. 1
Mar. 2004

本质线性非完整系统的 Hamilton 原理*

金　波　赵跃宇　周海兵

(湖南大学土木工程学院，长沙　410082)

摘要　研究了本质线性非完整系统的 Hamilton 原理，分别应用与不应用 Appell-Chetaev 条件证明了本质线性非完整系统 Hamilton 变分泛函取驻值的充分必要条件. 结果表明，在本质线性非完整系统中，Hamilton 作用量是稳定的作用量，与完整系统的 Hamilton 原理具有相同的形式与本质；而且由 Hamilton 原理得到的运动方程不会导致任何力学与数学上的矛盾. 最后给出了 Hamilton 原理向本质非线性非完整系统推广时产生数学与力学上不合理的根本原因.

关键词　Hamilton 原理，非完整系统，变分原理

引　言

变分原理是建立整个分析力学的基础. 在一般力学中把变分原理分为微分变分原理和积分变分原理. 微分变分原理的适用范围较为广泛，而积分变分原理一般只适用于完整、理想、保守的力学系统，这无疑是一个非常大的缺陷. 为了解决这个缺陷，很多学者围绕把积分变分原理推广到非完整系统和非保守系统做了很多努力，但是至今没有统一认识. 以 Capon[1]为代表的学派认为 Hamilton 原理不适用于非完整系统；Jeffreys[2]和 Pars[3,4]认为 Hamilton 原理可以应用于非完整系统.

实际上，Hamilton 原理不是一个单纯的变分问题，存在深刻的物理、力学意义. 而且非完整系统中虚位移的定义和交换关系对于 Hamilton 原理能否应用于非完整系统起着致关重要的作用.

文献[5]首次把非完整系统区分为本质线性非完整系统和本质非线性非完整系统. 本文在文献[5]的基础上，对本质线性非完整系统 Hamilton 原理的驻值特性进行了研究. 结果表明，在本质线性非完整系统中的 Hamilton 原理与完整系统中的 Hamilton 原理具有相同的形式与本质. 同时由于没有正确认识到非完整系统中有本质线性非完整系统和本质非线性非完整系统的区分，试图把 Hamilton 原理按照完整系统的方式纳入到整个非完整系统中，这样必将导致数学或力学上的矛盾，甚至错误的认识. 关于 Hamilton 原理能否应用于非完整系统，长期以来得不到解决，一个重要的原因就是没有本质非线性非完整系统中虚位移之间的非线性关系与线性化处理时带来的矛盾.

1　应用 Appell-Chetaev 条件时本质线性非完整系统 Hamilton 原理的驻值特性

假设一个动力学系统由 Lagrange 函数 $L(q_s, \dot{q}_s, t)$和 g 个独立非完整约束方程

$$f_\beta(q_s, \dot{q}_s, t) = 0$$
$$(s = 1,2,\cdots,n;\beta = 1,2,\cdots,g) \tag{1}$$

来描述. 这里 q_s 和 $\dot{q}_s \equiv \frac{\mathrm{d}q_s}{\mathrm{d}t}$是 Lagrange 坐标和广义速度，$t$ 是时间，并且 $n>g$. 在通常的动力学系统情形，L 是 $T+V$，其中 $T(q_s, \dot{q}_s, t)$是系统的动能，$V(q_s, t)$是力函数. 由于方程(1)式的独立性，它们可以表示为如下形式

$$\dot{q}_{\varepsilon+\beta} = \varphi_\beta(q_s, \dot{q}_\sigma, t)$$
$$(\sigma = 1,2,\cdots,\varepsilon;\varepsilon = n - g) \tag{2}$$

其中，$\dot{q}_\sigma$ 为独立的广义速度.

应用 Appell-Chetaev 条件证明 Hamilton 作用量取驻值的充分必要条件.

根据 Hamilton 原理推导驻值条件. Hamilton 原理的泛函为

$$I = \int_{t_0}^{t_1} L(q_s, \dot{q}_s, t)\mathrm{d}t \tag{3}$$

2004-01-16 收到第一稿，2004-03-01 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10272041).

其附加条件为(1)式或(2)式. 将 I 变分，并令 $\delta I=0$，则有

$$\delta I=\int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)\mathrm{d}t=0 \tag{4}$$

应用 Appell-Chetaev 条件，其附加条件变为

$$\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta q_s=0 \tag{5}$$

或者

$$\delta q_{\epsilon+\beta}=\sum_{\sigma=1}^{\epsilon}\frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta_s \tag{6}$$

引如 Lagrange 乘子 λ_β,将附加条件(5)式纳入泛函(4)式中,则有

$$\delta I=\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)+\sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta q_s]\mathrm{d}t \tag{7}$$

引入边界条件

$$\delta q_s|_{t=t_0}=\delta q_s|_{t=t_1}=0 \tag{8}$$

分部积分(7)式,则(7)式可以变换为

$$\delta I=\int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}+\sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s})\delta q_s\mathrm{d}t=0 \tag{9}$$

由于引入 Lagrange 乘子，使得不独立的广义坐标变分 $\delta q_{\epsilon+\beta}$前面的系数为零,可以得到泛函(7)式取极值的必要条件

$$\frac{\partial L}{\partial q_s}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial q_s}+\sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s}=0 \tag{10}$$

方程(10)式即所谓的真实轨道方程，它表示泛函 I 取极值的必要条件而非充分条件.

从变分法可知，$\delta I=0$ 是泛函 I 取极值的必要条件，而非充分条件. 要了解 I 的极值性质，就必须研究 $\delta^2 I$ 的正负. 把函数 L 的变更展开并取到二阶变分项

$$\begin{aligned}\Delta L&=\delta L+\delta^2 L=\\ &\delta L+\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2(T-V)}{\partial q_s\partial q_k}\delta q_s\delta q_k+\\ &\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s\partial q_k}\delta\dot{q}\delta q_k+\\ &\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_k}\delta\dot{q}_s\delta\dot{q}_k\end{aligned} \tag{11}$$

则有

$$\begin{aligned}\delta^2 L=&\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2(T-V)}{\partial q_s\partial q_k}\delta q_s\delta q_k+\\ &\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s\partial q_k}\delta\dot{q}_s\delta q_k+\\ &\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s\partial \dot{q}_k}\delta\dot{q}_s\delta\dot{q}_k\end{aligned} \tag{12}$$

那么对于完整保守系统我们知道

$$\delta^2 I>0 \tag{13}$$

这就是说,Hamilton 作用量 I 对于真实运动应取极小值. 事实上，可能出现既非极大值又非极小值的临界情况. 那么对于本质线性非完整系统，Hamilton 作用量 I 对于真实运动能否取得稳定的极小值呢?这个问题关系到 Hamilton 原理能否应用于本质线性非完整系统.

对于本质线性定常非完整约束，动能是广义速度 q_s 的二次函数，因此,(12)式的最后一项为

$$\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s\partial \dot{q}_k}\delta\dot{q}_s\delta\dot{q}_k=T(\delta\dot{q}_s) \tag{14}$$

其中，$T(\delta\dot{q}_s)$是动能 T 中以 $\delta\dot{q}_s$ 代替 $\dot{q}_s$ 时得到的表达式.

由于 $\delta q_s(t_0)=0$,所以对于任意时间 t 有

$$|\delta q_s(t)|=\left|\int_{t_0}^{t_1}\delta\dot{q}_s\mathrm{d}t\right|<\chi_s(t_1-t_0) \tag{15}$$

其中，χ_s 为 $t_0<t<t_1$ 时间内 $\delta\dot{q}_s$ 模的极大值. 因此对于足够小的 t_1-t_0,(12)式的右端前两项可以任意小，最后一项起主导作用，$\delta^2 L$ 的正负也就由最后一项决定

$$\delta^2 L\approx T(\delta\dot{q}_s)>0 \tag{16}$$

因为动能总为正值，可以肯定(12)式对于足够小的 t_1-t_0，有以下不等式

$$\delta^2 I=\int_{t_0}^{t_1}\delta^2 L\mathrm{d}t=\int_{t_0}^{t_1}T(\delta\dot{q}_s)\mathrm{d}t>0 \tag{17}$$

成立. 也就是说，对于足够小的 t_1-t_0,Hamilton 作用量 I 在真实路径中取驻值,而且是极小值.

充分性证明——由运动方程推导 Hamilton 驻值原理的泛函.

将方程(10)式乘以 δq_s，相加并积分，可得

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial q_s}+\sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s})\delta q_s\mathrm{d}t=0 \tag{18}$$

经分部积分，并考虑边界条件(8)式，(18)式可以

变换为

$$\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s) + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta q_s]\mathrm{d}t = 0 \tag{19}$$

应用 Appell-Chetaev 条件(5)式，则(19)式变为

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)\mathrm{d}t = 0 \tag{20}$$

(20)式可以处理为一个泛函的驻值问题.

$$I = \int_{t_0}^{t_1}L(q_s,\dot{q}_s,t)\mathrm{d}t \tag{21}$$

其附加条件为(5)式.

2 一般本质线性非完整系统 Hamilton 原理的驻值特性

必要性证明——由 Hamilton 驻值原理推导运动方程.

Hamilton 的泛函为

$$I = \int_{t_0}^{t_1}L(q_s,\dot{q}_s,t)\mathrm{d}t \tag{22}$$

其附加条件为(1)式.

将 I 变分，并令 $\delta I=0$，则有

$$\delta I = \int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)\mathrm{d}t = 0 \tag{23}$$

其附加条件(1)式变换为

$$\delta f_\beta = \sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)\mathrm{d}t = 0 \tag{24}$$

引入 Lagrange 乘子 μ_β，并将附加条件(24)式纳入泛函(23)式中，则有

$$\delta I = \int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s) + \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)]\mathrm{d}t = 0 \tag{25}$$

在本质线性非完整系统中，同样存在边界条件

$$\delta q_s|_{t=t_0} = \delta q_s|_{t=t_1} = 0 \tag{26}$$

经分部积分，则(25)式变换为

$$\delta I = \int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s) + \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}) - \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}]\delta q_s\mathrm{d}t = 0 \tag{27}$$

由于引入 Lagrange 乘子，使得不独立的广义坐标变分 $\delta q_{\epsilon+\beta}$前面的系数为零，可以得到泛函(28)式取极值的条件

$$\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} + \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}) - \sum_{\beta=1}^{g}\dot{\mu}_\beta\frac{\partial f_B}{\partial \dot{q}_s} = 0 \tag{28}$$

方程(28)式即所谓的测地轨道方程，它表示泛函 I 取极值的必要条件.

同样我们可以证明，在一般本质线性非完整系统中，Hamilton 作用量为稳定作用量.

充分性证明——由运动方程推导 Hamilton 驻值原理的泛函.

将方程(28)式乘以 δq_s，相加并积分，可得

$$\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s) + \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}) - \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}]\delta q_s\mathrm{d}t = 0 \tag{29}$$

经分部积分，并考虑到边界条件(26)式，可得

$$\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s) + \sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)]\mathrm{d}t = 0 \tag{30}$$

应用附加条件(24)式，则(30)式变换为

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{s=1}^{n}(\frac{\partial L}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\delta \dot{q}_s)\mathrm{d}t = 0 \tag{31}$$

可以将(31)式处理为一个泛函的驻值问题.

$$I = \int_{t_0}^{t_1}L(q_s,\dot{q}_s,t)\mathrm{d}t \tag{32}$$

其附加条件为(1)式.

3 关于泛函 $\delta\int_{t_0}^{t_1}L\mathrm{d}t = 0$ 和 $\int_{t_0}^{t_1}\delta L\mathrm{d}t = 0$

多年来，有一个问题使学术界困惑，在一般的非完整系统中，对于泛函

$$\int_{t_0}^{t_1}[\delta L + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta q_s]\mathrm{d}t = 0 \tag{33}$$

能否将变分号提到积分号之外. 文献[7]给出了一种方法，将 f_β 表示为

$$f_\beta = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F_\beta = \dot{F}_\beta \tag{34}$$

则(33)式可变换为

$$\int_{t_0}^{t_1}[\delta L + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial \dot{F}_\beta}{\partial \dot{q}_s}\delta q_s]\mathrm{d}t = 0 \tag{35}$$

考虑到

$$\dot{F}_\beta = \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial F_\beta}{\partial q_s}\dot{q} + \frac{\partial F_\beta}{\partial t} \tag{36}$$

可得

$$\frac{\partial \dot{F}_\beta}{\partial \dot{q}_s} = \frac{\partial F_\beta}{\partial q_s} \tag{37}$$

将(37)式代入(35)式，则有

$$\int_{t_0}^{t_1}[\delta L + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial F_\beta}{\partial q_s}\delta q_s]\mathrm{d}t =$$

$$\delta\int_{t_0}^{t_1}[L + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta F_\beta]\mathrm{d}t = 0 \tag{38}$$

因此，对于非完整系统，和完整系统一样，也可以写出

$$\int_{t_0}^{t_1}\delta L\mathrm{d}t = \delta\int_{t_0}^{t_1}L\mathrm{d}t \tag{39}$$

并且文献[7]指出，(39)式表明泛函 $\delta\int_{t_0}^{t_1}L\mathrm{d}t = 0$ 和 $\int_{t_0}^{t_1}\delta L\mathrm{d}t = 0$ 都定义了变分学中的求定积分形式的泛函

$$\int_{t_0}^{t_1}L\mathrm{d}t \tag{40}$$

的驻值问题. 由上面的推理可以得到应用和不应用 Appell-Chetaev 条件推导出系统的运动微分方程组.

应用 Appell-Chetaev 条件可得

$$\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} + \sum_{\beta=1}^{g}\lambda_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s} = 0 \tag{41}$$

不应用 Appell-Chetaev 条件可得

$$\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} +$$

$$\sum_{\beta=1}^{g}\mu_\beta(\frac{\partial f_\beta}{\partial q_s} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s}) - \sum_{\beta=1}^{g}\dot{\mu}_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s} = 0 \tag{42}$$

实际上，(41)式就是 Routh 方程，(42)式就是 Vacco 动力学方程. 同时，也可以看到，文献[7]只是将非完整约束转化为了完整约束的表示形式，但事实上对于一般的非完整约束是找不到可积分形式约束的.

4 结论

本文研究发现，在本质线性非完整系统中，应用 Hamilton 原理得到的运动方程在数学和力学上都是合理的，变分的泛函满足驻值充分必要条件，而且 Hamilton 作用量为稳定的作用量. 完整动力学和本质线性非完整动力学从形式到内容是可以纳入统一框架的，而且 Hamilton 原理也具有统一形式. 试图把本质非线性非完整系统和本质线性非完整系统统一起来的结论是不合理的. 文献[12]的研究也表明，非完整系统的 Routh 方程和 Vacco 动力学方程在绝大多数非完整系统中存在力学或数学上的不合理性和矛盾性；但是在本质线性非完整系统中，两者得到的结果是统一的. 因此，如果把非完整约束表示为一个可积分的形式，只是在形式上得到与完整系统相似的 Hamilton 原理，本质却是完全不同的.

对于本质非线性非完整系统必须从位形空间与速度空间的非线性对应关系着手，寻求新的、合理的方法来研究.

参　考　文　献

1 Capon RS. Hamilton principle on relation to nonholonomic mechanical systems. *Quart J Mech Appl Math*, 1954, 5(4): 472～480

2 Jeffreys J. What is Hamilton principle. *Quart J Mech Appl Math*, 1954, 7(3): 335～337

3 Pars LA. A Treatise on Analytical Dynamics. London: Heinemann, 1965

4 Pars LA. Variation principles in dynamics. *Quart J Mech Appl Math*, 1954, 7(3): 338～351

5 赵跃宇，金波，许文喜. 关于非完整系统虚位移关系的不确定性问题与非线性问题. 动力学与控制学报，2003，1(1):20～24. (Zhao Yueyu, Jin Bo, Xu Wenxi. On the unqualitative and nonlinear problems of virtual displacement in nonhonolomic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2003, 1(1): 20～24(in Chinese))

6 Liang LF, Ling ZH, Shi ZF. The stationary value property of Hamilton's principle in nonholonomic systems. *Apple Math and Mech*, 1997, 18(2): 1089～1096

7 Liang L F, Wei Y. On the unification of the Hamilton principles in nonholonomic systems and in holonomic system. *Apple Math and Mech*, 1996, 17(5): 457～463

8 Oden JT, Reddy JN. Variational Methods in Theoretical Mechanics. New York: Spring-Verlag, 1983

9 梅凤翔，刘端，罗勇. 高等分析力学. 北京：北京理工大学出版社，1991(Mei Fengxiang, Liu Duan, Luo Yong. Advanced Analytical Mechanics. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1991(in Chinese))

10 Rumyantsev VV. 关于非完整系统分析力学的某些问题. 力学进展，1987，17(2)：278～290(Rumyantsev V V. On some problems of analytical dynamics of nonholonomic systems. *Advance in Mechanics*, 1987, 17(2): 278～290(in Chinese))

11 Rumyantsev VV. 欧拉和力学变分原理. 力学进展，1993，23(1)：86～104(Rumyantsev VV. Euler and variational principle of mechanics. *Advance in Mechanics*, 1993, 23(1): 86～104(in Chinese))

12 金 波. 关于非完整动力学的几个基本问题. [硕士论文]. 长沙：湖南大学，2003 (Jin Bo. On several basic problems of nonholonomic dynamics [MSc Thesis]. Changsha: Hunan University, 2003(in Chinese))

HAMILTON PRINCIPLE OF LNTRINSICAL LINEAR NONHOLONOMIC SYSTEM*

Jin Bo Zhao Yueyu Zhou Haibing

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, *China)*

Abstract The Hamilton principle of intrinsical linear nonholonomic system was studied. The sufficient and necessary conditions of stationary for Hamilton variational function are given and proved by using Appell-Chetaev condition or not. The results show that the Hamilton's action variable is a stable one in instrinsical linear nonholonomic system and the Hamilton principle is similar to that of holonomic system. There are no mechanical or mathematical contradications in the equations of motion gotten from the Hamilton principle. Finally, the essential reasons are given why it is unconscionable for the Hamilton principle to be generalized to the intrinsical nonlinear nonholonomic system.

Key words Hamilton principle, nonholonomic system, variational principle

---

Received 16 January 2004, revised 01 March 2004.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272041).