

# 重力梯度卫星大角度姿态机动的变结构控制<sup>\*</sup>

李俊峰 林 原

(清华大学工程力学系,北京 100084)

**摘要** 针对重力梯度稳定小卫星的大角度姿态机动问题,采用四元数来描述卫星的姿态,通过选择一类滑动流形,设计了变结构控制律,得到了在大角度姿态机动中卫星的姿态角、姿态角速度以及三个反作用飞轮转速的变化规律.理论分析和数值仿真都表明了该控制律具有渐近稳定性和鲁棒性.

**关键词** 重力梯度稳定,大角度机动,变结构控制

卫星在探测、开发和利用空间的任任务时,对卫星姿态控制提出了各种要求.这些要求主要包括姿态稳定和姿态控制两大类.第一类是要求将卫星上安装的有效载荷对空间的特定目标定向或扫描,例如通信卫星的定向天线要指向地面特定目标区.另一类是要求卫星从一种姿态转变到另一种姿态,称为姿态机动或姿态再定向.例如,为了扩大遥感卫星的扫描范围,需要卫星在飞行过程中能偏转一定的角度<sup>[1-2]</sup>.

一般说来,在系统参数变化和外部干扰下,卫星应具有快速目标捕获和保持稳定姿态的特点.因此,设计具有鲁棒性的姿态控制就越来越重要,变结构控制方法受到广泛的重视<sup>[3-6]</sup>.以前常用欧拉角作为姿态测量参数来设计控制方案,但由于存在奇点和非线性,对于大角度机动问题欧拉角不是理想的选择,欧拉四元数可以避免奇点和非线性问题,适于在线实时计算.本文针对小卫星控制系统的特特点,讨论了装备重力梯度杆和动量轮的小卫星的大角度姿态机动控制.

## 1 卫星姿态控制系统模型

卫星的姿态运动学方程可以利用四元数写成<sup>[7]</sup>

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2}T(q)\omega, \dot{q}_4 = -\frac{1}{2}\bar{q}^T\omega \quad (1)$$

其中  $T(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \end{bmatrix}$ ,  $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$  为姿态四元数,  $\bar{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ ,  $\|q\|^2 = 1$ . 由四元数的定

义可知,  $q$  和  $-q$  表示相同的卫星姿态,为消除符号的双重性,本文假设  $q_4 > 0$ . 若欧拉角(滚转角  $\varphi$ , 俯仰角  $\theta$ , 偏航角  $\Psi$ )转动顺序为 1-2-3,则由四元数到欧拉角的转换关系为  $\varphi = \arctan \frac{2(q_2q_3 - q_1q_4)}{q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2}$ ,  $\theta = \arcsin [2(q_1q_3 + q_2q_4)]$ ,  $\Psi = -\arctan \frac{2(q_1q_2 - q_3q_4)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2}$ .

卫星姿态动力学方程可以写成

$$I\dot{\omega} = -\omega \times I\omega + u + L_g + d \quad (2)$$

式中  $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$  为控制输入,  $\omega$  是卫星的角速度,  $d = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$  是除重力梯度力矩以外的其它有界干扰力矩,  $L_g$  为卫星所受的重力梯度力矩.

对于采用角动量交换的方法来控制的卫星,  $u$  可表示为

$$u = -\omega \times h - \dot{h} \quad (3)$$

$$h = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T = [J\Omega_1 \ J\Omega_2 \ J\Omega_3]^T \quad (4)$$

其中  $J$  为飞轮的转动惯量,  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  为三个方向上的飞轮相对卫星的转速.

姿态机动控制问题是给定目标姿态,设计控制器使得卫星从当前姿态变化到目标姿态.引入误差四元数  $q_e = [q_{1e} \ q_{2e} \ q_{3e} \ q_{4e}]^T$  和误差角速度  $\omega_e$ , 卫星姿态运动方程可改写为

$$\dot{\bar{q}}_e = \frac{1}{2}T(q_e)\omega_e, \dot{q}_{4e} = -\frac{1}{2}\bar{q}_e^T\omega_e \quad (5)$$

## 2 变结构控制器的设计

变结构控制器的设计一般要考虑两个主要问

2003-08-01 收到第一稿,2003-10-15 收到修改稿.

\* 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目(1999-2003).

题,第一就是要选择合适的滑动矢量,使滑动模态稳定,即使闭环系统在滑动流形  $S=0$  上具有渐近稳定性;第二是要设计合适的变结构控制律,保证滑动流形满足可达性和滑动性,即设计的控制率能保证系统状态在有限时间内运动到滑动流形上.

选择滑动矢量为

$$S = \omega_e + K\bar{q}_e + xx^T \dot{\bar{q}}_e$$

这里  $K$  是  $3 \times 3$  的对角正定常数组,  $x$  是  $3 \times 1$  的非零常矢量. 设计合适的控制律  $u$  使系统控制在滑动流形上,即

$$S = \omega_e + K\bar{q}_e + xx^T \dot{\bar{q}}_e = 0 \quad (6)$$

取李亚普诺夫函数为  $V = \frac{1}{2} \bar{q}_e^T K \bar{q}_e$ , 显然  $V$  为正定函数.  $\dot{V} = \bar{q}_e^T K \dot{\bar{q}}_e$ , 将(6)式两边左乘  $\frac{1}{2} x^T T(q_e)$ , 化简后可得  $\dot{V} = -\frac{q_u}{2+q_u} \frac{1}{\|x\|^2} \|K\bar{q}_e\|^2$ . 前面已经假设了  $q_u > 0$ , 因此  $\dot{V}$  是负定函数. 根据李亚普诺夫稳定性理论,在滑动流形  $S=0$  上,闭环系统的平衡点  $q_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$  具有渐近稳定性.

下面的问题就是设计滑模控制律  $u$ . 将式(6)两边求导得

$$\begin{aligned} \dot{S} = \dot{\omega}_e + K\dot{\bar{q}}_e + xx^T \ddot{\bar{q}}_e = \\ PI^{-1}(-\omega \times I\omega + u + L_e + d) + \\ Q(\omega - \omega_e) - P\dot{\omega}_e \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} P = I_s + \frac{1}{2} xx^T T(q_e), \\ Q = \frac{1}{2} KT(q_e) + \frac{1}{2} xx^T \dot{T}(q_e) \end{aligned}$$

可以验证当取  $x$  中每个元素都很小时矩阵  $P$  是非奇异的. 取

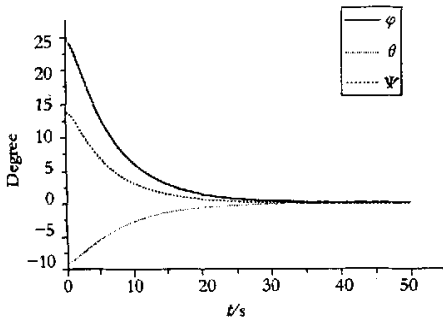


图1 卫星欧拉角变化

Fig.1 Histories of Eulerian angles of satellite

$$u = \omega \times I\omega - L_e + IP^{-1} \cdot [-Q(\omega - \dot{\omega}_e) + P\dot{\omega}_e - G\text{sgn}(S)] \quad (7)$$

其中  $G = \text{diag}[G_1 \ G_2 \ G_3]$ , 并且  $G_i > 0$ . 由此可得

$$\dot{S} = \Delta - G\text{sgn}(S) = \begin{bmatrix} \Delta_1 - G_1 \text{sgn}(S_1) \\ \Delta_2 - G_2 \text{sgn}(S_2) \\ \Delta_3 - G_3 \text{sgn}(S_3) \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中  $\Delta = PI^{-1}d$ . 因为  $P, I^{-1}, d$  都是有界的, 所以  $\Delta$  也有界, 设其上界为  $\Delta^{\max}$ . 当  $G_i \geq \Delta^{\max}$  时,  $S_i \cdot \dot{S}_i \leq 0$ . 这样就保证了滑动流形的可达性和滑动性. 由于推导出的滑模控制律与  $d$  无关, 所以控制律对系统具有鲁棒性. 为了解决变结构控制的抖动问题, 可以用光滑函数  $\left(\frac{2}{\pi}\right) \arctan(S_i)$  来代替(7)式中的符号函数  $\text{sgn}(S_i)$ .

### 3 仿真结果及分析

**算例1** 以“航天清华一号”小卫星为例, 取参数为  $I_x = I_y = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_z = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J = 0.0004 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 初始姿态角为  $\varphi = 24.4^\circ, \theta = -8.9^\circ, \psi = 13.7^\circ$ , 卫星和动量轮的初始角速度为  $\omega(0) = \Omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ , 外部干扰力矩为零.

以静止到静止的姿态机动为例, 目标姿态角为  $\varphi = \theta = \psi = 0^\circ$ . 这时有  $q_e = q, \omega_e = \omega$  且  $\dot{\omega}_e = 0$ . 控制系统的参数取为  $x = [0.001 \ 0.001 \ 0.001]^T, K = \text{diag}[0.3 \ 0.3 \ 0.3], G = \text{diag}[2 \ 2 \ 2]$ . 图1给出了卫星姿态角变化曲线, 图2和图3给出了卫星和动量轮角速度变化的仿真结果.

**算例2** 外部干扰力矩变为  $d_i = 5 \times 10^{-5} \sin(t) \text{ N} \cdot \text{m}$ , 其余条件同算例1, 卫星姿态角、卫星和动量轮角速度仿真结果如图4至图6.

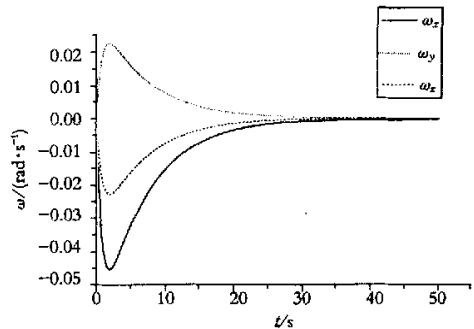


图2 卫星角速度变化

Fig.2 Histories of angular velocities of satellite

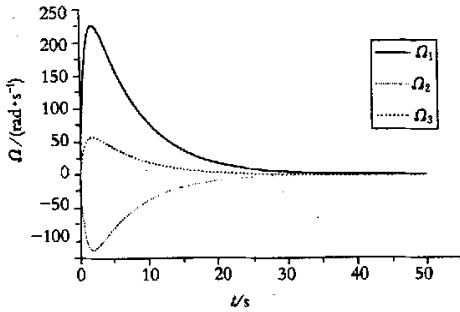


图3 飞轮转速变化

Fig. 3 Histories of angular rates of wheels

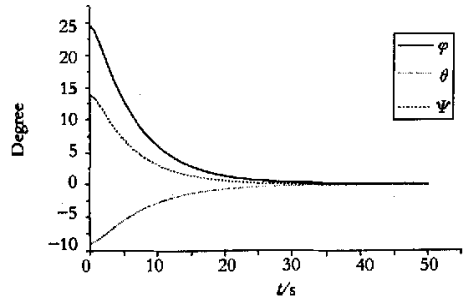


图4 卫星欧拉角变化

Fig. 4 Histories of Eulerian angles of satellite

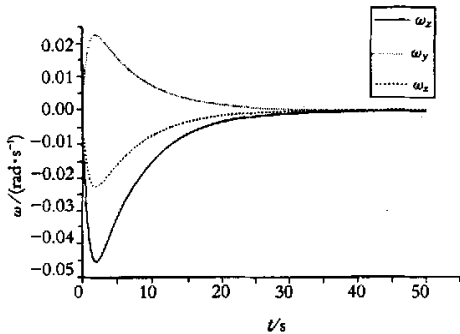


图5 卫星角速度变化

Fig. 5 Histories of angular velocities of satellite

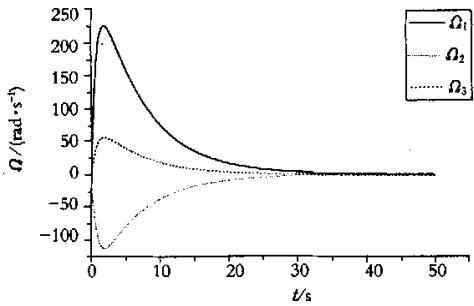


图6 飞轮转速变化

Fig. 6 Histories of angular rates of wheels

从上面两个仿真结果可看出当外扰力矩值为  $10^{-5}$  量级时对卫星的姿态、三个方向的角速度以及控制飞轮转速的影响很小,控制律对外部的扰动具有较好的鲁棒性。在实际中,小卫星受到的外扰力矩包括有气动力矩,太阳光压力矩等,它们量级一般都小于  $10^{-5}$  因此,设计的控制律是能满足实际需要的。

#### 4 结论

采用四元数来描述卫星的姿态,选择了一类滑动流形,设计出了具有鲁棒性和渐进稳定性的变结构控制律。以“航天清华一号”小卫星为算例进行了数值仿真,得到大角度姿态机动过程中卫星的姿态角、姿态角速度以及三个反作用飞轮转速的变化规律。理论分析和仿真结果都表明该控制律具有渐进稳定性和鲁棒性。

#### 参考文献

- 1 李俊峰,徐敏,Steyn HW. 低轨道航天器姿态跟踪机动控制研究. 清华大学学报(自然科学版),2001,41(2):102~104 (Li Junfeng, Xu Min, Steyn HW. Attitude tracking maneuvers of a low earth orbit spacecraft. *J Tsinghua Univ (Sci and Tech)*, 2001, 41(2): 102~104. (in Chinese))
- 2 徐敏,李俊峰,王照林. 重力梯度稳定微小卫星大角度机动最优控制的遗传算法. 清华大学学报,2000,40(6):42~44 (Xu Min, Li Junfeng, Wang Zhaolin. Genetic algorithm for optimal large-angle maneuvers of gravity gradient stabilized micro-satellites. *J Tsinghua Univ (Sci and Tech)*, 2000, 40(6): 42~44 (in Chinese))
- 3 Robinett Rush D, Parker Gordon G. Least squares sliding mode control tracking of spacecraft large angle maneuvers. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1997, 45(4): 433~450
- 4 Robinett Rush D, Parker Gordon G. Spacecraft Euler parameter tracking of large-angle maneuvers via sliding mode control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1996, 19(3): 702~703
- 5 Goeree Barry B, Fasse Ernest D. Sliding mode attitude

- control of a small satellite for ground tracking maneuvers, 2000 American Control Conference, Jun 28-Jun 30 2000, Chicago, IL, USA. *Proceedings of the American Control Conference*, 2000:1134~1138
- 6 Dodds SJ, Walker AB. Sliding-mode control system for the three-axis attitude control of rigid-body spacecraft with unknown dynamics parameters. *International Journal of Control*, 1991, 54(4):737~761
- 7 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京:北京航空航天大学出版社, 1998 (Zhang Renwei. Orbit and Attitude Dynamics and Control of Satellite. Beijing: Beijing University Aeronautics and Astronautics Press, 1998 (in Chinese))

## SLIDING MODE CONTROL FOR LARGE ANGLE MANEUVERS OF GRAVITY GRADIENT STABILIZED SATELLITE\*

Li Junfeng Lin Yuan

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract** The large angle attitude maneuvers control by using reaction wheels for gravity gradient stabilized small satellites is studied. By introducing quaternion to describe the satellite attitude, a sliding mode is selected and the control law is developed. The histories of the satellite attitude and the angular rates of the reaction wheels during the process of the large angle attitude maneuver are obtained. Both theoretical analysis and simulation show that the variable structure control law is asymptotically stable and robust.

**Key words** gravity gradient stabilization, large angle maneuver, variable structure control

Received 01 August 2003, revised 15 October 2003.

\* The project supported by the Teaching and Research Award Program for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institutions of MOE, P. R. C. (1999~2003).