

# 汽车四轮转向动力系统的 Hybrid 控制研究

王洪礼 乔宇 张锋 张伯俊

(天津大学机械学院, 天津 300072)

**摘要** 应用混和控制(Hybrid Control)中的切换系统(Switched System)的方法,分别对汽车四轮转向系统的高速态与低速态两个子系统以及由高速态向低速态变化的切换系统进行了最优控制设计. 仿真结果表明, Hybrid 控制实现了四轮转向系统(4WS)的低速灵活性与高速稳定性,具有良好的控制效果.

**关键词** 四轮转向系统, 混和控制, 切换系统, 鲁棒控制

## 引言

汽车四轮转向一直是近年来的国内外研究热

点. 所谓四轮转向是指汽车在转向时,除了前轮转向外,后轮也参加转向. 它与传统的二轮转向汽车相比(如图1所示),有如下优点:

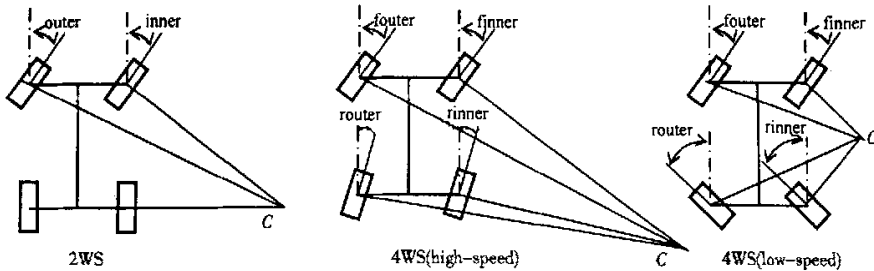


图1 前轮转向(2WS)与四轮转向(4WS)的比较

Fig. 1 Comparison of 2WS and 4WS

- 1) 低速转弯时,转向半径小,汽车的灵活性高;
- 2) 高速行驶时,能迅速改变车道,而车身又不致产生大的摆动,减少了摆尾产生的可能性,使司机更容易控制汽车的姿态,从而增加舒适性和安全性.

而在以前的四轮转向控制系统研究中,还没有将这一明显的物理意义加入到控制器的综合中,基于此考虑,本文采用 Hybrid Control 中的 Switched system<sup>[1,2]</sup>的方法,将原系统前后轮高速同向转与低速反向转的原则体现在控制器的设计中去,先将原系统分为高速态与低速态两个子系统进行初步设计,再考虑这两个系统间切换的稳定性. 当考虑故障诊断与容错控制时,设计备份系统,通过固定后轮,由四轮转向系统变为两轮转向系统(如图2所示),

从而保证汽车行驶的安全. 因此,最终的系统存在四种工况:

- 1) 高速时的转向控制;
- 2) 低速时的转向控制;
- 3) 转向制动时,可能发生高速转向控制向低速转向控制的切换系统控制(至于转向增速的行为不在考虑之中);
- 4) 4WS 系统故障态时,切换到 2WS 控制方式.

本文中主要考虑 1, 2, 3 的设计问题. 重点阐述面向四轮转向系统的 Hybrid control 算法设计的思想,采用鲁棒控制的设计方法,以车速 50km/h 为界分别设计高速与低速子系统的控制器,最终达到以下控制目标:

2003-08-11 收到第一稿, 2003-10-17 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(50075060)和天津市科技发展计划资助项目(033105011)

- 1) 保证操纵稳定性的前提下实现两个子系统多目标控制器的优化;
- 2) 解出满足切换稳定的两个系统的 Lyapunov 矩阵, 保证切换系统的稳定性;
- 3) 当系统模型变化, 鲁棒控制器不足以完全镇定系统, 即系统的工作区间出现不稳定域, 设计使切

换系统稳定的算法.

## 1 混和控制及其理论依据

混和系统(Hybrid System)是一类包含了连续与离散事件特性的动态系统, 是近十年以来工业界与学术界研究应用的热点. 其优势如下:

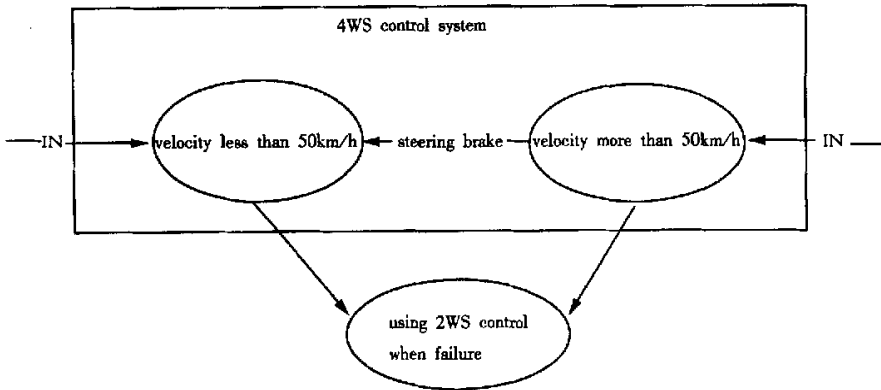


图2 四轮转向混和控制系统的状态机描述

Fig.2 Description of the 4WS hybrid control system state machine

- 1) 可以对复杂系统的研究获得一个统一全面的认识;
- 2) 同时考虑系统不同的动态特性与其交互, 可以更精确的刻画系统;
- 3) 从系统设计的角度而言, 更全面的研究系统, 有利于发展更好的系统设计技术;
- 4) 由于混和系统的行为丰富, 模型复杂, 对研究者而言是巨大的挑战, 同时也意味取得更多的成果.
- 5) 混和系统的研究反过来也有利于控制理论, 计算机科学, 应用数学的研究, 为这些领域注入新的活力.

当前, 混和 control 的研究可以分为以下两大类:

- 1) 从计算机科学的角度去研究, 强调采用离散事件动态系统, 主要研究系统的可验证性, 安全性等;
  - 2) 从控制工程的角度去研究, 更强调连续动态系统, 扩展目前的控制理论, 去研究存在模式切换的控制系统, 主要研究稳定性, 可达性和最优控制等.
- 本文从第二个观点出发, 主要考虑系统的前三种工况, 研究切换系统在汽车四轮转向控制系统中的应用. 所谓切换系统就是系统模型由几个子系统和一个切换律构成. 切换律决定某一时刻是哪个子系统激活. 切换系统的一个重要特性是在切换时刻,

连续系统的状态不发生跳变.

根据四轮转向系统最本质的特点: 低速灵活性, 高速稳定性. 混和控制主要包括以下工作:

- 1) 四轮转向模型转化为切换系统模型;
- 2) 以某一车速  $V$  作为切换边界, 对低速和高速两个子系统分别设计控制律, 以“侧偏角为零”作为整个系统的控制目标;
- 3) 针对转向时由于司机刹车而导致的高速向低速的过渡, 设计稳定的切换律.

切换系统的稳定性分析一般采用类 Lyapunov 函数去研究各个子系统, 然后将这些 Lyapunov 函数以某种方式组合起来形成一个统一的 Lyapunov 函数, 来保证全局系统的能量随着系统状态变量轨迹的演化是衰减到零的. 而这种组合方式表示一组稳定的切换次序, 保证切换的稳定性.

切换稳定性的判据如下: 设切换系统为

$$\dot{x} = f_i(x), i = 1, \dots, m$$

对各个子系统, 存在  $V_i(x) > 0, \frac{\partial V_i}{\partial x} f_i(x) \leq 0$ , 设从系统  $i$  向系统  $j$  切换, 如果满足下列条件

$$V_j(x) \leq V_i(x)$$

则认为切换是稳定的. 即切换过程中, Lyapunov 函数是不增的.

对于 LTI 系统,有如下推论:切换的稳定性与两个条件等价:

存在对称正定阵  $P_i, i=l, \dots, m$ , 使得

$$1) A_i^T P_i + P_i A_i \leq 0$$

$$2) x^T (P_j - P_i) x \leq 0$$

其中  $x$  为从  $i$  系统向  $j$  系统的切换点,  $P_i$  为 Lyapunov 矩阵.

这个问题可以转换为 LMI 问题:即寻找  $P_i > 0, a_i \geq 0, a_i, i, j=1, \dots, m$ , 使得

$$1) A_i^T P_i + P_i A_i - a_i Q_i \leq 0$$

$$2) (P_j - P_i) - a_j Q_{ij} \leq 0, i \neq j$$

## 2 汽车四轮转向控制模型的切换系统化

为了进行汽车转向稳定性的分析,现以侧偏角和横摆角速度两个自由度为主建立如下汽车四轮转向的动力学模型<sup>[4-5]</sup>(如图 3 所示)

$$\begin{aligned} mV(\dot{\beta} + r) &= k_f(\delta_f - \beta - \frac{ar}{V}) + k_r(\delta_r - \beta + \frac{br}{V}) \\ I_x \dot{r} &= k_f a(\delta_f - \beta - \frac{ar}{V}) - k_r b(\delta_r - \beta + \frac{br}{V}) \end{aligned} \quad (1)$$

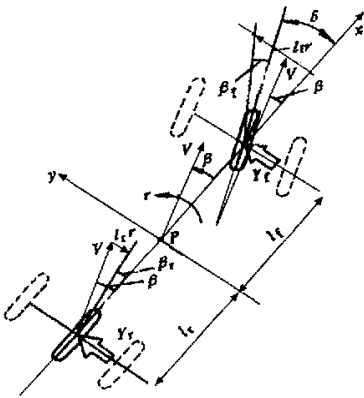


图 3 四轮转向车体模型示意图

Fig. 3 4WS vehicle model sketch map

式中  $k_f, k_r$  分别为前后轮的侧偏刚度,  $\delta_f, \delta_r$  分别为前后轮的转向角,  $\beta$  为车体重心处的侧偏角,  $a, b$  分别为汽车重心至前后轴的距离,  $v$  为汽车前进速度,  $I_x$  为汽车绕重心的转动惯量,  $r$  为汽车的横摆角速度.

首先,将(1)式转化为状态空间控制模型

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_r + k_f}{mV} & \frac{bk_r - ak_f}{mV^2} - 1 \\ \frac{bk_r - ak_f}{I_x} & -\frac{a^2 k_f + b^2 k_r}{I_x V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{k_f}{mV} \\ \frac{ak_f}{I_x} \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} \frac{k_r}{mV} \\ -\frac{bk_r}{I_x} \end{bmatrix} \delta_r \quad (2)$$

取  $\delta_f$  为参考信号输入,  $\delta_r$  为控制量,且

$$\delta_r = K \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + K_1 \delta_f, K \in R^{1 \times 2}$$

令

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix}, \text{ 则有 } \delta_r = Kx + K_1 \delta_f \quad (3)$$

由此可见,控制器可以视作两部分:第一部分  $K$ , 视作对系统的反馈控制部分;第二部分  $K_1$ , 视作系统对参考信号的前馈部分. 对于  $\delta_f$ , 既可视作系统(2)的参考信号,也可以视作系统(2)的外部扰动,对系统的稳定性是有不利影响的.

其次,按照“低速灵活性,高速稳定性”原则进行切换系统化.

### 1) 低速灵活性

“低速反向转”可以视作  $K_1$  小于 0, 即控制器中对  $\delta_f$  的前馈部分与  $\delta_r$  符号相反. 为抵消  $\beta$  方程中  $\delta_f$  的扰动,不妨设

$$K_1 = -\frac{k_f}{k_r} \quad (4)$$

则系统模型(2)变为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{k_r + k_f}{mV} & \frac{bk_r - ak_f}{mV^2} - 1 \\ \frac{bk_r - ak_f}{I_x} & -\frac{a^2 k_f + b^2 k_r}{I_x V} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(a+b)k_f}{I_x} \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} \frac{k_r}{mV} \\ \frac{bk_r}{I_x} \end{bmatrix} u$$

$$u = Kx \quad (5)$$

与原系统(2)相比,可以看出横摆角加速度  $\dot{r}$  的增益大幅度增大,增强了转向的灵活性.

### 2) 高速稳定性

“高速同向转”可以视作  $K_1$  大于 0, 即控制器中对  $\delta_f$  的前馈部分与  $\delta_r$  符号相同. 为抵消  $\dot{r}$  方程中  $\delta_f$  的扰动,不妨设

$$K_1 = -\frac{ak_f}{bk_r} \quad (6)$$

则系统模型(2)变为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{k_r + k_f}{mV} & \frac{bk_r - ak_f}{mV^2} - 1 \\ \frac{bk_r - ak_f}{I_x} & -\frac{a^2 k_f + b^2 k_r}{I_x V} \end{bmatrix} x +$$

$$u = Kx \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} (1 + \frac{a}{b})k_f \\ \frac{k_r}{mV} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} \frac{k_r}{mV} \\ -\frac{bk_r}{I_z} \end{bmatrix} u$$

与原系统(2)相比,可以看出仅是侧偏角速度 $\beta$ 的增益少许增大,而前轮转角对横摆角速度的影响大幅度下降,增强了转向的操纵稳定性.由此,原控制系统(2)转化为了切换系统(5)和(7),完成了模型的切换系统化,对于转向增速的情况,仅有数学上的意义,实际操作中不会发生,本文中不予考虑.

### 3 切换系统控制器的设计思想

1)针对各个子系统应用多目标状态反馈设计方法,设计鲁棒控制器,保证子系统的稳定性.由于采用LMI方法,一共有四个指标可以调节: $H_2$ 指标, $H_\infty$ 指标和两个 $H_2/H_\infty$ 加权求和的权值.通过改变这四个指标,可以改变对应的反馈控制系统的Lyapunov阵.

2)调节两个子系统的LMI的求解指标,满足如下条件:

令高速子系统的Lyapunov阵为 $P_h$ ,低速子系统的Lyapunov阵为 $P_l$ ,由于采用的系统模型(2),(5),(7)很明显为LTI的,则由前面的推论得:当

$$P_h > P_l \quad (8)$$

切换系统是稳定的.其物理意义是切换前后系统能量不增,全局系统的分段Lyapunov函数不增.

此时,转向制动中的高速子系统向低速子系统的系统切换是稳定的,只需满足切换系统的连续性要求,并进行低速子系统控制器的初始化,则四轮转向系统的动力学行为是稳定的.

### 4 4WS系统Hybrid控制器的设计

取汽车参数如下:

$$a = 1.163 \text{ m}, b = 1.402 \text{ m}, m = 1484.8 \text{ kg}$$

$$k_f = 39026 \text{ N/rad}, k_r = 42309 \text{ N/rad}$$

$$I_z = 1333.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$V = 50 \text{ km/h} = 13.98 \text{ m/s.}$$

对低速四轮转向子系统,由(5)式有

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3.944 & -0.951 \\ 10.437 & -7.34 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 75.080 \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} 2.051 \\ -44.48 \end{bmatrix} u \quad (9)$$

$$u = K_L x$$

对高速四轮转向子系统,由(7)式有

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3.944 & -0.951 \\ 10.437 & -7.34 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 3.463 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} 2.051 \\ -44.48 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

$$u = K_h x$$

其中 $K_l, K_h$ 分别对应低速和高速时设计的控制器.

下面通过LMI Control Toolbox分别设计出鲁棒控制器 $K_l$ 和 $K_h$ ,并求解出相应的Lyapunov阵,进行比较,要求满足式(8).

第一步,对模型(9)通过LMI控制工具箱进行设计,按最优 $H_2$ 指标h2optl和最优 $H_\infty$ 指标goptl,以及 $\min(0.3 * H_\infty + 0.7 * H_2)$ 进行鲁棒控制器设计,结果如下:

$$\text{goptl} = 1.1643; \text{h2optl} = 1.4307$$

$$K_l = 1.0e+011 * [-3.0889 \quad 9.9113]$$

$$P_l = \begin{bmatrix} 1.8657 & 0.5815 \\ 0.5815 & 0.1813 \end{bmatrix}$$

第二步,按照第一步的方法,对模型(10)进行鲁棒控制设计,结果发现很难找到合适的Lyapunov阵 $P_h$ 大于 $P_l$ ,究其原因在于参考信号的增益太小,采用最优 $H_2/H_\infty$ 指标得到的Lyapunov阵不能满足切换稳定性的需要.根据系统的物理意义,由于高速行驶时,空气阻力和侧风的影响要大大强于低速行驶,所以可以采用适当地增大参考信号增益阵来近似的包含这些影响,这样设计出来的控制器与原系统相比是趋向保守的.将参考信号增益阵变为 $[5.453 \quad 0]^T$ 重新进行设计,调节混合设计指标,找到满足切换稳定性的控制器,最终结果如下:

$$\text{gopt2} = 1.8448; \text{h2opt2} = 2.2561$$

$$K_h = 1.0e+010 * [-1.3678 \quad 4.4133]$$

$$P_h = \begin{bmatrix} 4.6402 & 1.4380 \\ 1.4380 & 0.4471 \end{bmatrix}$$

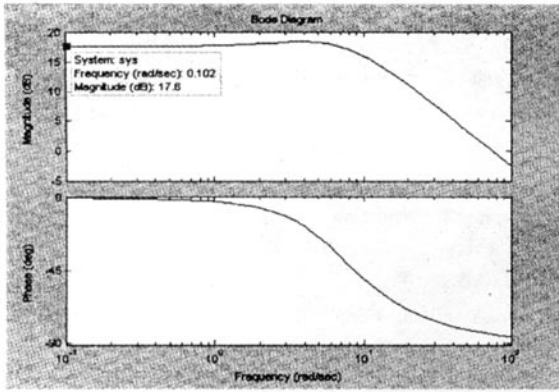
则,由式(8)得

$$P_h - P_l = \begin{bmatrix} 2.7745 & 0.8566 \\ 0.8566 & 0.2658 \end{bmatrix} > 0$$

可知切换系统是稳定的.

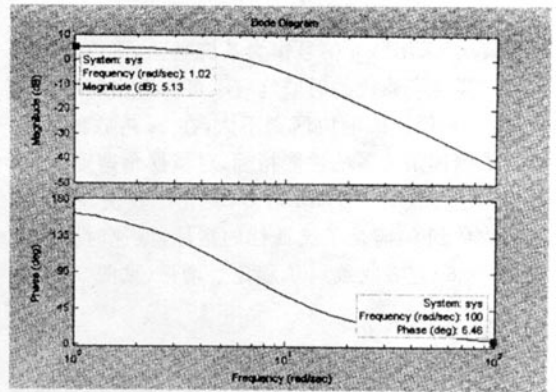
第三步,进行仿真研究,验证控制器的性能(结果如图4所示).

首先给出了低速和高速系统的Bode图,从图中可以得到:两个子系统都是稳定的.且低速系统的侧偏角最大增益为5.13dB,横摆角速度最大增益为17.6dB;高速系统的侧偏角最大增益为0.205dB,横摆角速度最大增益为3.18dB.由此可见,实现了低



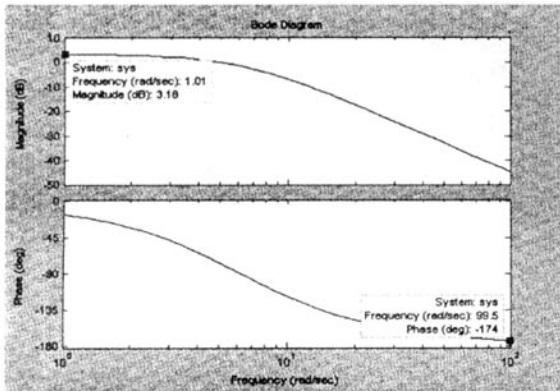
(a)低速子系统横摆角速度 Bode 图

(a)Yaw velocity Bode diagram of low-speed-state system



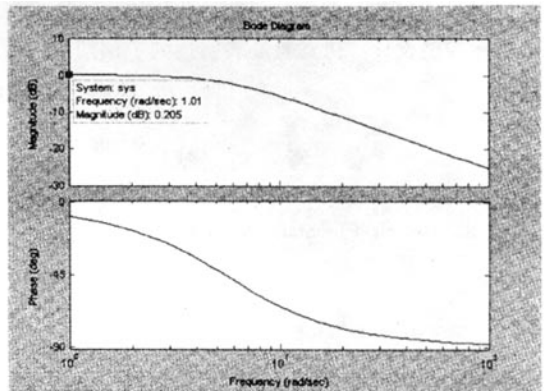
(b)低速子系统侧偏角 Bode 图

(b)Sideslip angle Bode diagram of low-speed-state system



(c)高速子系统横摆角速度 Bode 图

(c)Yaw velocity Bode diagram of high-speed-state system

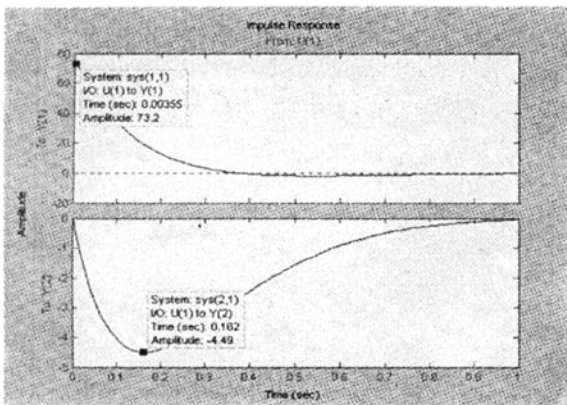


(d)高速子系统侧偏角 Bode 图

(d)Sideslip angle Bode diagram of high-speed-state system

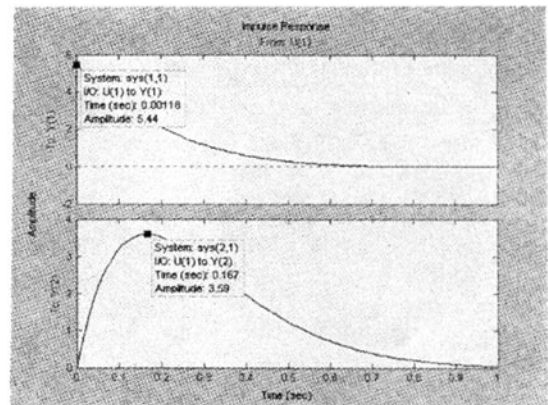
图 4 频域仿真曲线图

Fig. 4 Curve diagram of frequency domain simulation



(a)低速子系统时域响应

(a)Time responses of low-speed-state system



(b)高速子系统时域响应

(b)Time responses of high-speed-state system

图 5 时域仿真曲线图(上图为横摆角速度,下图为侧偏角)

Fig. 5 Curve diagram of time domain simulation(The upside is about yaw velocity and the underside is about sideslip angle)

速灵活性与高速稳定性.

其次,采用脉冲信号作为系统激励,研究低速子系统 and 高速子系统的时域响应. 可以看出对于侧偏角,高速和低速的响应区别不大,在 1s 内收敛到 0,满足了侧偏角为零的性能指标;对横摆角速度,低速时的初值是高速时的 13 倍多,变化比较快,在 0.3s 左右收敛到 0,满足了灵活性的指标,低速时变化平缓,在 0.6s 左右收敛到 0,稳定性增强(见图 5).

## 5 结 论

本文针对汽车四轮转向系统的低速灵活性和高速稳定性的特点,通过应用 Hybrid 控制设计思想与最优控制理论,对汽车四轮转向系统的高速态和低速态子系统以及由高速向低速转化的切换系统进行了鲁棒控制设计. 仿真验证表明达到了预期的控制效果.

## 参 考 文 献

1 Xu X, Analysis PJ. Stabilization of second order LTI

switched systems. *Int Journal of Control*, 2000, 73(14): 1261~1279

2 Branicky MS. Stability of switched and hybrid systems. *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1994:3498,3503

3 Decarlo RA, Branicky MS, Pettersson S, Lennartson B. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems. *Proceedings of the IEEE*, 2000, 88(7):1069

4 Qiao Yu, Wang Hongli, Zhang Feng. Stochastic Pitchfork bifurcation of Vehicle steering system. *APVC*, 2001, HI: 487~490

5 王洪礼,刘晟,迟仲玉. 汽车四轮转向运动的稳定性分析. *机械强度*, 2000, 3(1): 23~25 (Wang hongli, Liu sheng, Chi zhongyu. Analysis of the motion stability for vehicle four wheel steering system. *Journal of Mechanical Strength*, 2000, 3(1): 23~25(in Chinese)).

# RESEARCH OF HYBRID CONTROL FOR VEHICLE 4WS DYNAMIC SYSTEM\*

Wang Hongli Qiao Yu Zhang Feng Zhang Bojun

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** By using the method of switched system in hybrid control, 4WS optimal controllers for high-speed-state subsystem, low-speed-state subsystem and the switched system which transforms from high speed state to low speed state were designed respectively for the first time. Computer simulation showed that the flexibility at low speed and the stability at high speed were carried out by hybrid control, and that the controller had a satisfactory control effect.

**Key words** 4WS, hybrid control, switched system, robust control

Received 11 August 2003. Revised 17 October 2003.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50075060) and Tianjin Technological Development Item (033105011).