

一类含间隙结构振动特性分析

肖世富^{1,2} 陈滨² 杜强¹ 莫军¹

(1. 中国工程物理研究院结构力学研究所, 绵阳 621900)

(2. 北京大学力学与工程科学系, 北京 100871)

摘要 为分析一类含间隙结构的振动特性及为保护特定子结构而预留间隙的合理性, 根据其振动试验结果, 采用假设模态法思想, 将该类带间隙的非线性结构按其子结构的一阶弯曲模态简化为带间隙的单自由度与二自由度弹簧-质量系统, 分析了不同激励条件下间隙对系统动力学响应的影响. 分析结果表明: 此类结构中, 间隙具有阻碍振动传递的性质, 预留间隙是合理的.

关键词 间隙, 假设模态法, 固有频率, 主共振, 超谱共振

引言

间隙广泛存在于各种机械结构特别是大型旋转机械结构中, 其存在可分为两类情况: 一类是由于加工、工艺中不可避免的因素使间隙存在; 另一类是工程设计中预留的间隙, 这是人们主动为了利用含间隙的结构系统的特性, 为达到一定工程目的而预留的. 间隙对结构动力学特性有显著的影响, 是系统重要的非线性因素, 在工程设计中有重要的利用价值, 已成为现代工程领域非线性问题研究的热点之一, 也有不少优秀的研究成果^[1~6].

间隙对系统动力学响应的影响, 目前已有一些定性的认识: 结构中含有间隙后, 结构连接由紧变松、结构的共振频率由高变低、高频段振动的传递能力由强变弱, 具有较好的高频段抗振特性、对于中频段(即接近主振子固有频率的频段)和低频段, 其响应特性比较复杂, 要具体问题具体分析. 但由于该问题本质上的强非线性, 直到目前, 带间隙的动力学问题, 特别是复杂结构的带间隙动力学问题, 无论是理论研究还是数值计算都很不成熟, 即使现有大型商业有限元软件, 对于如此复杂的动力学问题也无能为力. 为分析带间隙的复杂系统的动力学问题, 建模时必须大规模简化.

幸运地, 很多实际的工程结构的大量子结构线性度均很高, 可以采用假设模态法、有限元法、边界元法等线性离散处理, 而需要非线性处理的主要是

一些连接件. 本文要分析的就是这类存在连接非线性而子结构为线性的工程结构, 主要分析连接间隙对系统振动特性的影响及为保护特定子结构而预留间隙的合理性. 本文考虑的结构示意图如图1所示. 该结构振动响应试验显示, 振动响应较大的频段集中在子结构1、子结构2的第1阶弯曲振动频率处. 根据此结构的振动试验结果, 为分析该类结构连接间隙对结构动力学响应的影响, 我们采用假设模态法思想, 按质量和一阶弯曲刚度等效, 采用模态坐标将该结构分别简化为带间隙的单自由度与二自由度弹簧-质量系统, 分析不同激励条件下间隙对结构动力学响应的影响. 实际上, 含间隙的非线性问题非常复杂^[6,7], 例如出现不同的碰振现象和分岔等; 同时, 只考虑子结构的一阶模态, 也可能发生较大的误差, 如不能分析含间隙、干摩擦等非光滑系统中的模态能量转移现象等. 而本文考虑的结构, 其振动试验结果表明按子结构的质量和第一阶弯曲刚度等效可抓住系统的主要振动特性. 同时, 此结构设计时最关心系统的最大响应, 因此, 本文不具体分析系统中存在的各种碰振现象, 而主要分析不同激励条件下子结构的最大响应.

1 模型简化

对于图1所示带间隙结构, 子结构1的刚度大于子结构2的刚度; 连接件1的刚度很大, 为硬连接; 而连接件2为低刚度衬垫材料, 其刚度比子结构

2003-08-01 收到第一稿, 2003-10-15 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10272002)和教育部博士点基金资助项目(20020001032).

1,2的材料低1~3个数量级,因此,本文只考虑它们间的变形,但认为接触时没有速度突变,此假设与振动响应试验现象相符.

下面,将依据假设模态法思想,采用模态坐标离散该结构.为此,由结构的特点,在连接件1处施加固定约束,分别对子结构1,2进行了有限元模态分析及子结构模态试验,得到了模态参数,用以确定离散系统的各参数.

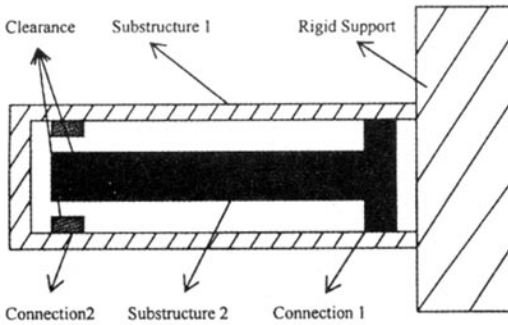


图1 带间隙结构示意图

Fig. 1 Structure with clearance

1.1 单自由度系统简化模型

由于子结构1的刚度大于子结构2的刚度,且在横向振动试验中,连接件2处还固定有刚度很大的夹具,进一步强化了子结构1的刚度.此时,可只考虑子结构2的振动,将系统简化为图2所示带间隙的单自由度系统.

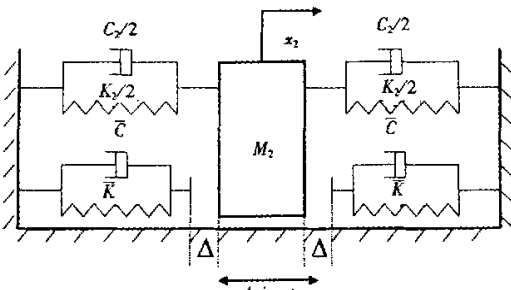


图2 基础激励带间隙1-DOF简化系统力学模型

Fig. 2 Base-excited 1-DOF simplified model with clearance

图2中, M_2, K_2, C_2 分别为子结构2的等效质量、等效1阶弯曲刚度、等效阻尼; x_2 为子结构2的1阶弯曲模态坐标; Δ 为子结构1,2单间的间隙; \bar{K}, \bar{C}

分别为连接件2的等效刚度与等效阻尼.

在基础受振动位移 $Asin\omega t$ 的激励下,单自由度系统的数学模型为

$$\begin{cases} M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 = \\ M_2 A \omega^2 \sin \omega t, |x_2| < \Delta \\ M_2 \ddot{x}_2 + (C_2 + \bar{C}) \dot{x}_2 + K_2 x_2 + \\ \text{sgn}(x_2) \bar{K} (|x_2| - \Delta) = \\ M_2 A \omega^2 \sin \omega t, |x_2| \geq \Delta \end{cases} \quad (1)$$

1.2 二自由度系统简化模型

当子结构1不再受夹具的约束,并与子结构2发生耦合振动时,可将整体结构简化为图3所示的带间隙的二自由度系统.

在基础受振动位移 $Asin\omega t$ 的激励下,二自由度系统的数学模型为当 $|x_1 - x_2| < \Delta$ 时

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 = M_1 A \omega^2 \sin \omega t \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 = M_2 A \omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (2a)$$

当 $|x_1 - x_2| \geq \Delta$ 时

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + \bar{C}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \\ K_1 x_1 + \text{sgn}(x_1 - x_2) \cdot \\ \bar{K} (|x_1 - x_2| - \Delta) = M_1 A \omega^2 \sin \omega t \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + \bar{C}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \\ K_2 x_2 + \text{sgn}(x_2 - x_1) \cdot \\ \bar{K} (|x_1 - x_2| - \Delta) = M_2 A \omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (2b)$$

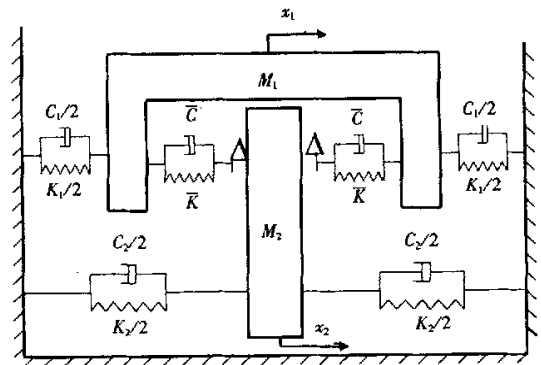


图3 带间隙2-DOF简化系统力学模型

Fig. 3 2-DOF simplified model with clearance

图3中, M_1 为子结构1等效质量; K_1 为子结构1等效1阶弯曲刚度; C_1 为子结构1等效阻尼; x_1 为子结构1的1阶弯曲模态坐标; 其余符号同图2.

如果系统的激励仅是由子结构1受到的谐振力

产生,此时二自由度系统的数学模型为

当 $|x_1 - x_2| < \Delta$ 时

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 = B \sin \omega t \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 = 0 \end{cases} \quad (3a)$$

当 $|x_1 - x_2| \geq \Delta$ 时

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + \bar{C}(x_1 - x_2) + \\ K_1 x_1 + \text{sgn}(x_1 - x_2) \cdot \\ \bar{K}(|x_1 - x_2| - \Delta) = B \sin \omega t \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + \bar{C}(x_2 - x_1) + \\ K_2 x_2 + \text{sgn}(x_2 - x_1) \cdot \\ \bar{K}(|x_1 - x_2| - \Delta) = 0 \end{cases} \quad (3b)$$

1.3 无量纲简化模型

令

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{K_2}{M_2}}, \bar{\omega} = \sqrt{\frac{2\bar{K}}{M_1 + M_2}}, \\ \Omega = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_2}, \varepsilon = \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_2}\right)^2, \\ \delta_1 = \frac{C_1}{M_1 \omega_1}, \delta_2 = \frac{C_2}{M_2 \omega_2}, \delta = \frac{2\bar{C}}{(M_1 + M_2)\omega_2}, T = \omega_2 t \\ \bar{M}_1 = \frac{(M_1 + M_2)}{2M_1}, \bar{M}_2 = \frac{(M_1 + M_2)}{2M_2}, \\ F = A \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2, G = \frac{B}{M_2 \omega_2^2} \end{cases}$$

对于单自由度系统,由于简化时不考虑子结构 1,不妨设 $M_1 = M_2$,则同样可采用上述记号.根据原结构的有限元分析及模态试验结果,无量纲化参数 $\Omega = 1.742, \bar{M}_1 = 6.819, \bar{M}_2 = 0.540$.其余各参数的取值见计算分析部分.

单自由度系统的数学模型变换为

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 + \delta_2 \dot{x}_2 + x_2 = F \sin \tilde{\omega} T, |x_2| < \Delta \\ \ddot{x}_2 + (\delta + \delta_2) \dot{x}_2 + x_2 + \varepsilon \text{sgn}(x_2)(|x_2| - \Delta) = \\ F \sin \tilde{\omega} T, |x_2| \geq \Delta \end{cases} \quad (4)$$

式中点号表示对时间坐标 T 的导数,以下均同.

基础激励二自由度系统的数学模型变换为

当 $|x_1 - x_2| < \Delta$ 时

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \Omega \delta_1 \dot{x}_1 + \Omega^2 x_1 = F \sin \tilde{\omega} T \\ \ddot{x}_2 + \delta_2 \dot{x}_2 + x_2 = F \sin \tilde{\omega} T \end{cases} \quad (5a)$$

当 $|x_1 - x_2| \geq \Delta$ 时

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \Omega \delta_1 \dot{x}_1 + \bar{M}_1 \delta (x_1 - x_2) + \Omega^2 x_1 + \\ \varepsilon \bar{M}_1 \text{sgn}(x_1 - x_2)(|x_1 - x_1| - \Delta) = F \sin \tilde{\omega} T \\ \ddot{x}_2 + \delta_2 \dot{x}_2 + \bar{M}_2 \delta (x_2 - x_1) + x_2 + \\ \varepsilon \bar{M}_2 \text{sgn}(x_2 - x_1)(|x_1 - x_2| - \Delta) = F \sin \tilde{\omega} T \end{cases} \quad (5b)$$

强迫振动二自由度系数的数学模型变换为

当 $|x_1 - x_2| < \Delta$ 时

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \Omega \delta_1 \dot{x}_1 + \\ \Omega^2 x_1 = G \sin \tilde{\omega} T \\ \ddot{x}_2 + \delta_2 \dot{x}_2 + x_2 = 0 \end{cases} \quad (6a)$$

当 $|x_1 - x_2| \geq \Delta$ 时

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \Omega \delta_1 \dot{x}_1 + \bar{M}_1 \delta (x_1 - x_2) + \Omega^2 x_1 + \\ \varepsilon \bar{M}_1 \text{sgn}(x_1 - x_2)(|x_1 - x_2| - \Delta) = G \sin \tilde{\omega} T \\ \ddot{x}_2 + \delta_2 \dot{x}_2 + \bar{M}_2 \delta (x_2 - x_1) + x_2 + \\ \varepsilon \bar{M}_2 \text{sgn}(x_2 - x_1)(|x_1 - x_2| - \Delta) = 0 \end{cases} \quad (6b)$$

2 计算分析

2.1 基础激励单自由度系统

基础激励单自由度系统的数学模型为(4).对此模型,本文采用数值计算来分析系统振动特征.根据试验系统,基本计算参数为等效力的幅值 $F = 0.02$,子结构 2 的模态阻尼参数 $\delta_2 = 0.01$,连接件 2 的阻尼参数 $\delta = 0.01$,线弹性刚度参数 $\varepsilon = 0.04$.计算结果如图 4~6 所示.图 4 中,虚线表示间隙无限大使子结构 2 与子结构 1 不接触时的幅-频响应曲线,实线为间隙 $\Delta = 0.01$ 时幅-频响应曲线,点划线为无间隙时的幅-频响应曲线.

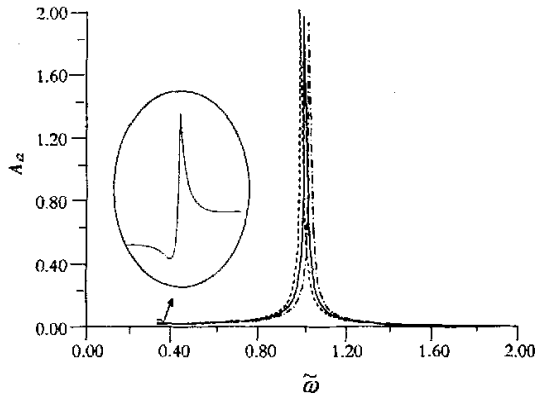


图 4 幅-频响应曲线图

Fig. 4 Response curve of amplitude-frequency

分析结果表明:当系统存在间隙时,在低频段,其响应可能出现超谐波响应(图 4 中只放大了 1/3 超谐波响应),此响应幅值远较系统的主共振幅值小;系统的主共振幅值从无间隙到存在间隙发生跳跃(无间隙时两边连接,有间隙时为单边接触,刚度发生突变),然后随间隙的增大而增大,当间隙超过一定值后,其幅值保持稳定;间隙的存在使系统的主共振频率向低频段偏离;阻尼的大小不仅对系统的主共振幅值影响很大,而且对系统的超谐波响应的影响也非常明显.

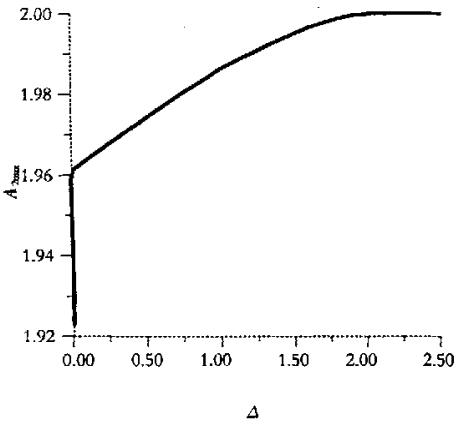


图5 间隙对幅-频响应曲线峰值的影响

Fig. 5 The peak value of response of amplitude-frequency affected by clearance

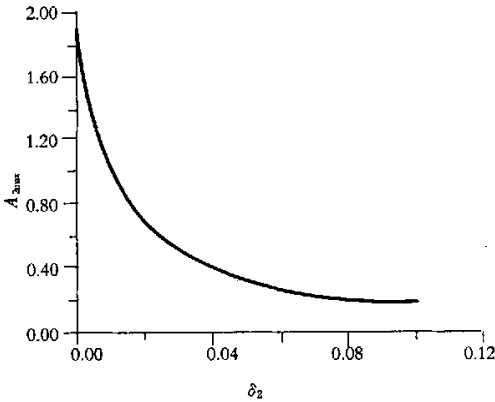


图6 阻尼对幅-频响应曲线峰值的影响

Fig. 6 The peak value of response of amplitude-frequency affected by damp

2.2 基础激励二自由度系统

基础激励二自由度系统的数学模型为(5a)和(5b). 基本计算参数为等效力的幅值 $F=0.02$, 子结构1的模态阻尼参数 $\delta_1=0.01$; 子结构2的模态阻尼参数 $\delta_2=0.02$; 连接件2的阻尼参数 $\delta=0.02$, 线弹性刚度参数 $\epsilon=0.1$. 计算结果如图7, 图8所示.

图7, 图8中, 虚线表示间隙无限大使子结构2与子结构1不接触时的幅-频响应曲线, 实线为间隙 $\Delta=0.01$ 时的幅-频响应曲线, 点划线为无间隙时的幅-频响应曲线.

图7, 图8的计算结果表明: 对于子结构1, 在其主频段, 间隙对其幅-频响应的影响规律与子结构2的相同, 但在其低频段对应子结构2的主频区域, 其降幅规律则相反, 即间隙存在可降低其振幅, 这表明

间隙存在阻碍了振动能量从子结构2向子结构1传递; 不过, 间隙使系统共振频率向低频段偏离的规律不变. 另外, 对间隙影响的计算结果表明: 间隙对子结构1的响应的影响规律除了在从无间隙到存在间隙这个转折点以外的所有点上与单自由度基本一致, 因此省略了其计算结果.

2.3 强迫振动二自由度系统

强迫振动二自由度系统的数学模型为(6a)和(6b). 基本计算参数为等效力的幅值 $G=0.2$, 子结构1的模态阻尼参数 $\delta_1=0.01$; 子结构2的模态阻尼参数 $\delta_2=0.02$, 连接件2的阻尼参数 $\delta=0.02$, 线弹性刚度参数 $\epsilon=0.1$. 计算结果如图9~11所示.

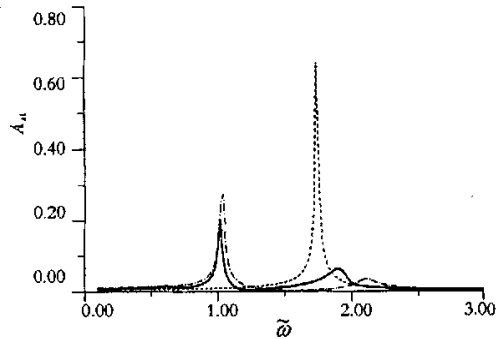


图7 间隙对子结构1幅-频响应的影响

Fig. 7 Response curve of amplitude-frequency of the substructure 1 affected by Clearance

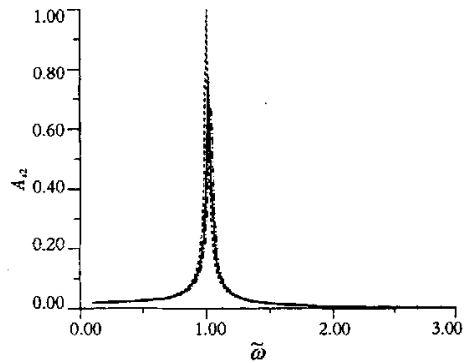


图8 间隙对子结构2幅-频响应的影响

Fig. 8 Response curve of amplitude-frequency of the substructure 2 affected by clearance

图9, 图10中, 虚线表示间隙无限大使子结构2与子结构1不接触时的幅-频响应曲线, 实线为间隙 $\Delta=0.01$ 时的幅-频响应曲线, 点划线为无间隙时的幅-频响应曲线.

强迫振动二自由度系统的数值分析结果表明:

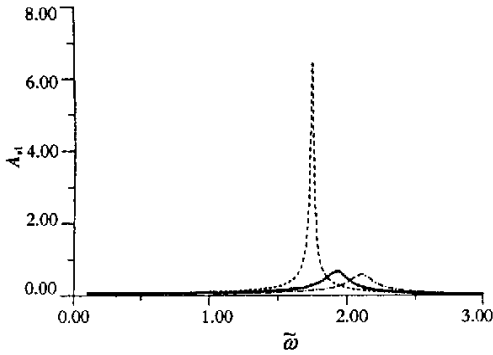


图 9 间隙对子结构 1 幅-频响应的影响图
Fig. 9 Response curve of amplitude-frequency of the substructure 1 affected by clearance

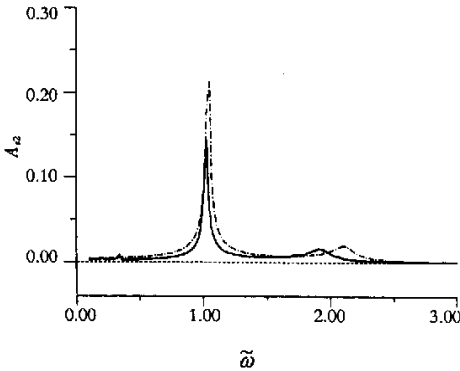


图 10 间隙对子结构 2 幅-频响应的影响
Fig. 10 Response curve of amplitude-frequency of the substructure 2 affected by clearance

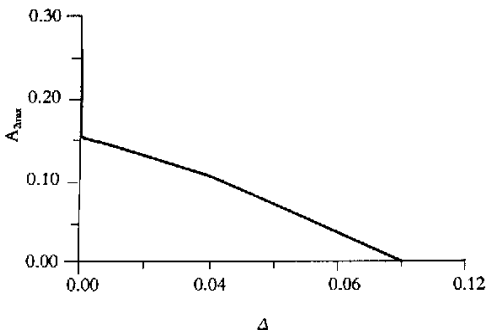


图 11 间隙对子结构 2 主频处的幅-频响应曲线峰值的影响
Fig. 11 The peak value of response of amplitude-frequency of the substructure 2 affected by clearance

强迫振动下,间隙的存在可以大大地降低子结构 2 的响应幅值,但超谐波的幅值可能增大,并可能出现

次谐波响应;相反地,在此振动环境中,间隙的存在对于降低子结构 1 的响应幅值就不利了。

3 结束语

本文针对不同的激励状态,分别将一类带间隙的连接结构按子结构的质量和一阶弯曲刚度简化为基础激励单自由度系统、基础激励二自由度系统以及强迫振动二自由度系统,用数值计算的方法分析了间隙对于不同子结构振动响应的影响,有以下结论:

a. 由于间隙的非线性性质,当间隙存在时,系统振动响应可能出现超谐波响应、次谐波响应、主共振峰的弯曲以及幅值突变等非线性动力学现象。一般来说,次谐波可通过增加系统的阻尼来消除,而超谐波却不可能消除。因此,从此种意义上说,间隙的存在对系统的低频响应是不利的;

b. 对于基础激励,间隙的存在使系统的共振频率向低频段偏离,并使响应峰值增大;而对于强迫振动,间隙的存在可使子结构 2 的响应峰值大幅度降低;

c. 分析上述结果及其对应的激励状态,间隙的振动特性可总结为:间隙具有阻碍振动传递的性质。

上述结论和工程设计中的经验是一致的。这说明本文抽象的简化力学模型反映了实际结构的基本特征,同时计算求解也是有效的。实际上,间隙除了具有阻碍振动传递的性质外,还可使复杂结构的模态能量发生相互转移而在高频段很快衰减掉,对抑制结构的振动很有益处,此性质我们将在另文中讨论。本研究的工程意义在于证实了本文所讨论的这类结构在经历严苛的强迫振动环境时,为保护子结构 2,结构总体设计时预留间隙是合理的。

参 考 文 献

- 1 Comparin RJ, Singh R. Non-linear frequency response characteristics of an impact pair. *J of Sound and Vibration*. 1989, 134(2): 259~290
- 2 Comparin RJ, Singh R. Frequency response characteristics of a multi-degree-of freedom system with clearances. *J of Sound and Vibration*. 1990, 142(1): 101~124
- 3 Padmanabhan C, Singh R. Spectral coupling issues in a two-degree-of-freedom system with clearance nonlinearities. *J of Sound and Vibration*, 1992, 155(2): 209~230.

- 4 Bctcher EA. Clearance effects on bilinear normal mode frequencies. *J of Sound and Vibration*, 1999, 224(2): 305~328
- 5 Hossain MDZ, Mizutani K, Samai H. Chaos and multiple periods in an unsymmetrical spring and damping system with clearance. *J of Sound and Vibration*, 2002, 250(2): 229~245
- 6 曹登庆, 舒仲周. 存在间隙的多自由度系统的周期运动与及 Robust 稳定性. *力学学报*, 1997, 29(1): 74~83 (Cao Dengqing, Shu Zhongzhou. Periodic motions and robust stability of the multi-degree-of-freedom system with clearances. *ACTA MECHANICA SINICA*, 1997, 29(1): 74~83 (in Chinese))
- 7 Shaw SW, Holmes PJ. A periodically forced piecewise linear oscillator. *J of Sound and Vibration*, 1983, 90(1): 129~155

VIBRATION CHARACTERISTICS OF THE STRUCTURE WITH CLEARANCES*

Xiao Shifu^{1,2} Chen Bin² Du Qiang¹ Mo Jun¹

(1. *Southwest Institute of Structural Mechanics, Mianyang 621900, China*)

(2. *Department of Mechanics & Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China*)

Abstract For analyzing the vibration characteristics of a kind of structure with clearances, and for discussing the rationality of pre-keeping clearances in protecting the special substructure, we reduce the nonlinear structure with clearances to 1-DOF system with clearances and 2-DOF system with clearances, by adopting the mass and the first-order bending stiffness of its substructures on the basis of Assumption Modal Method and its vibration results. We analyze the effect of the clearness on the response of the system under different exciting conditions. The results indicate that the clearances can hold back the transfer of the vibration and it is rational to pre-keep the clearances in the system.

Key words clearance, assumption modal method, nature frequency, resonance, super-harmonic resonance

Received 01 August 2003, revised 15 October 2003.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272002) and the project supported by the Doctoral Discipline of the Ministry of Education, China (20020001032).