

分层介质中非平稳随机波的精细求解

钟万勰 林家浩 高强

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

摘要 求解分层各向异性介质中非平稳随机波的传播问题. 研究基岩受非平稳随机激励时地面的响应. 运用精细积分法与扩展的 Wittrick-Williams 算法求解分层介质地基系统的固有频率和振型. 再联合应用振型叠加法、虚拟激励法和精细积分方法求解分层各向异性介质中非平稳随机波传播问题的微分方程, 以求得地面随机响应的功率谱密度.

关键词 分层介质, 精细积分, 虚拟激励法, 扩展 Wittrick-Williams 算法, 波传播, 随机振动

引言

分层介质中的波传播问题是一类非常广泛的物理问题, 无论是地震波在分层岩层中的传播, 还是超声波在光纤的加固复合材料中的传播, 都属于这类问题. 文献[1~6]给出了这类问题的传统处理方法, 其中的波认为是确定性的, 传播波的随机特性没有考虑.

本文首先将波传播问题相应的偏微分方程变换到频率-波数域. 对于平稳问题, 相应的偏微分方程可以变换为常微分方程; 然而, 对于非平稳问题, 将转换为时间相关的偏微分方程, 其解析求解是非常困难的[7~10]. 文献[11]将精细积分方法应用于弹性波的传播问题. 为了计算地面随机响应, 需要清楚地描述基岩激励. 典型的非平稳随机激励通常为一平稳随机激励和一慢变调制函数的乘积. 单自由度的随机激励通常用其功率谱来表示, 但基岩是连续体, 故有无限多自由度的激励, 假定其激励有平面波的性质. 选择随机波的行进方向为 x 坐标而 z 坐标向下. 沿长度 x 向可以将基岩的激励运动也采用 Fourier 展开, 类似于对时间的功率谱, 对波数也有一个功率谱. 综合起来, 基岩的非平稳激励可以用给出 x, y, z 三向频率-波数平稳随机谱函数 $S_{xx}(\omega, \kappa), S_{yy}(\omega, \kappa), S_{zz}(\omega, \kappa)$ 与慢变调制函数的乘积表示, 见图 1.

本文处理的是各向异性分层介质的广义平面问题. 给出了基岩激励, 在频率-波数 (ω, κ) 表示下, 导

出系统的偏微分方程组, 该微分方程组的系数是确定性的, 只有在基岩处的边界条件是随机激励. 这与结构在地面激励下的随机振动问题是相类似的. 林家浩提出的虚拟激励法[12~15]给出了精确高效的算法, 可用于当前课题. 给定频率-波数, 求解系统在基

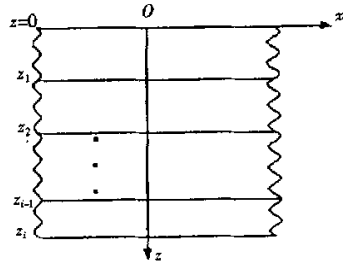


图1 分层介质模型

$z=z_i$ 为基岩, $z=0$ 为地面

Fig. 1 Stratified material with bedrock at $z=z_i$ and ground at $z=0$

岩的虚拟激励下的地面响应成为关键的一步. 本文运用精细积分法与扩展的 W-W (Wittrick-Williams) 算法求出本征解, 通过状态空间中的振型叠加法将偏微分方程解偶为单自由度方程, 通过分离变量法化为常微分方程, 并应用精细积分法求解. 地面运动的三向频率-波数谱函数 $S_{xx}(\omega, \kappa), S_{yy}(\omega, \kappa), S_{zz}(\omega, \kappa)$ 是需要计算的, 对于结构工程来说, 它们就是对地上结构的激励.

精细积分结合扩展的 W-W 算法是高精度的本征解计算方法. 虚拟激励法是高效精确的随机响应计算方法, 按振型展开求解是结构振动最常用的方

2003-09-13 收到第一稿, 2003-09-23 收到修改稿.

• 国家自然科学基金资助项目(10072015)和 973 项目 NKBRSF(1999032805).

法. 所以本文对于多层介质的随机响应分析, 除了取有限阶振型存在近似外, 都是高效精确的.

1 基本方程

考虑各向异性体 x 向平面波传播问题. 基岩的随机激励与横坐标 y 无关. 对于各向同性或正交各向异性材料, 则是平面应变问题. 然而对于一般的各向异性材料, 仍有 y 向翘曲 $\hat{v}(x, z)$ 发生, 称为广义平面问题. 由于物体的几何性质, 材料性质和外荷载均与 y 无关, 故所有应力、应变和位移分量皆只为 x, z 和 t 的函数.

设 x 轴向下而表面 $z=0$ 为自由, 第 i 层介质介于 (z_{i-1}, z_i) , 底层基岩 $z=z_i$ 有给定的牵连位移(随机激励) $\hat{u}_g, \hat{v}_g, \hat{w}_g(x, t)$ 的作用, 如图 1. 令沿惯性坐标 x, y, z 的位移分别为 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$, 广义平面问题的应变-位移关系为

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_x &= \partial \hat{u} / \partial x, \hat{\epsilon}_y = 0, \hat{\epsilon}_z = \partial \hat{w} / \partial z, \\ \hat{\gamma}_{xy} &= \partial \hat{u} / \partial x, \hat{\gamma}_{xz} = \partial \hat{u} / \partial z + \partial \hat{w} / \partial x, \\ \hat{\gamma}_{yz} &= \partial \hat{v} / \partial z \end{aligned} \quad (1)$$

采用粘滞阻尼, 且假设阻尼与刚度阵成正比, 广义平面问题的应力-应变关系

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_x \\ \hat{\sigma}_z \\ \hat{\tau}_{xy} \\ \hat{\tau}_{xz} \\ \hat{\tau}_{yz} \end{Bmatrix} &= \mathbf{R}(1 + v\partial/\partial t) \begin{Bmatrix} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\epsilon}_z \\ \hat{\gamma}_{xy} \\ \hat{\gamma}_{xz} \\ \hat{\gamma}_{yz} \end{Bmatrix}, \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} R_{11} & R_{13} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \\ R_{31} & R_{33} & R_{34} & R_{35} & R_{36} \\ R_{41} & R_{43} & R_{44} & R_{45} & R_{46} \\ R_{51} & R_{53} & R_{54} & R_{55} & R_{56} \\ R_{61} & R_{63} & R_{64} & R_{65} & R_{66} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

其中 \mathbf{R} 是岩层的刚度矩阵, 各层不同, v 为比例常数, 各层相同. 动力方程为

$$\begin{aligned} \partial \hat{\sigma}_x / \partial x + \partial \hat{\tau}_{xz} / \partial z &= \rho \partial^2 \hat{u} / \partial t^2 \\ \partial \hat{\tau}_{yz} / \partial z + \partial \hat{\tau}_{xz} / \partial x &= \rho \partial^2 \hat{v} / \partial t^2 \\ \partial \hat{\sigma}_z / \partial z + \partial \hat{\tau}_{xz} / \partial x &= \rho \partial^2 \hat{w} / \partial t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 ρ 是岩层的密度, 各层不同.

设 x 向的波数为 κ , 将各未知量及边界条件表示为传播波的形式

$$\begin{aligned} \hat{u} &= u(z, t) \exp(i\kappa x) & \hat{v} &= v(z, t) \exp(i\kappa x) \\ \hat{w} &= w(z, t) \exp(i\kappa x) & \hat{\epsilon}_x &= \epsilon_x(z, t) \exp(i\kappa x) \\ \hat{\sigma}_x &= \sigma_x(z, t) \exp(i\kappa x) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $u, v, w, \sigma_x, \epsilon_x$ 均为 z 和 t 的函数, 当然也是 κ 的函数. 非平稳随机激励可以表示为平稳随机过程 $x(t)$ 和慢变调制函数 $g_1(t)$ 的乘积. $x(t)$ 的功率谱密度 $S_{xx}(\omega)$ 和 $g_1(t)$ 为已知. 基岩的非平稳随机激励表示为如下形式

$$\begin{aligned} \{\hat{u}_g, \hat{v}_g, \hat{w}_g\}^T &= \{x_g(t), y_g(t), \\ &z_g(t)\} g_1(t) \exp(i\kappa x), z = z_i \end{aligned} \quad (5)$$

对于给定的一系列 κ 值, 根据基岩的功率谱计算地面响应的功率谱 $S_{uu}(\omega, \kappa), S_{vv}(\omega, \kappa), S_{ww}(\omega, \kappa)$ 是要解决的. 对于给定的波数 κ 和功率谱密度 $S_{xg}(\omega, \kappa), S_{yg}(\omega, \kappa), S_{zg}(\omega, \kappa)$, 按虚拟激励法^[12~15], 构造虚拟激励

$$\begin{aligned} \{\tilde{u}_g, \tilde{v}_g, \tilde{w}_g\}^T &= \{\sqrt{S_{uu}(\omega, \kappa)}, \sqrt{S_{vv}(\omega, \kappa)}, \\ &\sqrt{S_{ww}(\omega, \kappa)}\}^T \exp(-i\omega t) g_1(t) \exp(i\kappa x) \end{aligned} \quad (6)$$

如果 u_0, v_0, w_0 是在虚拟激励下地面的响应, 则 $S_{uu} = |u_0|^2, S_{vv} = |v_0|^2, S_{ww} = |w_0|^2$ 就是系统在基岩随机激励下, 地面随机响应的功率谱. 以下要做的主要是用精细积分法求解在虚拟激励下, 地面的响应. 令

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \{u, v, w\}^T, \mathbf{s} = \{\sqrt{S_{uu}}, \sqrt{S_{vv}}, \sqrt{S_{ww}}\}^T, \\ g(t) &= g_1(t) \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (7)$$

将方程(4)代入方程(1)和(2), 将结果代入方程(3), 并将结果写为矩阵形式得

$$(1 + v\partial/\partial t)[\mathbf{K}_{11}\mathbf{q}'' + (\mathbf{K}_{21} - \mathbf{K}_{12})\mathbf{q}' - \mathbf{K}_{11}\mathbf{q}] = \rho \ddot{\mathbf{q}} \quad (8)$$

其中 $(\#) = \partial(\#) / \partial t, (\#)' = \partial(\#) / \partial z$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{22} &= \begin{bmatrix} R_{53} & R_{56} & R_{53} \\ R_{65} & R_{66} & R_{63} \\ R_{35} & R_{36} & R_{33} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_{21} &= -\mathbf{K}_{12}^T = i\kappa \begin{bmatrix} R_{51} & R_{54} & R_{55} \\ R_{61} & R_{64} & R_{65} \\ R_{31} & R_{34} & R_{35} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_{11} = \kappa^2 \begin{bmatrix} R_{11} & R_{14} & R_{15} \\ R_{41} & R_{44} & R_{45} \\ R_{51} & R_{54} & R_{55} \end{bmatrix}$$

引入向量

$$\mathbf{p} = \{\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_x\}^T = (1 + \partial/\partial t)(\mathbf{K}_{22}\mathbf{q}' + \mathbf{K}_{21}\mathbf{q}) \quad (10)$$

地面($z=0$)的边界条件为

$$\mathbf{p}(0, t) = 0 \quad (11)$$

界面条件为

$$\mathbf{q}, \mathbf{p} \text{ 在 } z_i (0 < i < l) \text{ 连续} \quad (12)$$

基岩处($z=z_l$)的边界条件为

$$\mathbf{q}(z_l, t) = \mathbf{s}g(t) \quad (13)$$

初始条件为

$$q(z, 0) = \dot{q}(z, 0) = 0 \tag{14}$$

2 对非齐次边界条件的处理

这一节要利用叠加原理把 $z = z_l$ 处的非齐次边界条件化为齐次的边界条件,运用振型叠加法求解时更合理.

根据方程(10),如果在第 r 层介质上构造矩阵 P_r , 满足方程

$$K_{22,r}P_r + K_{21,r}P_r = 0 \tag{15}$$

和边界条件

$$P_l(z_l) = I \tag{16}$$

那么,如果设 $\bar{q} = q - P_s g(t)$, 则有 $\bar{p}(0, t) = 0, \bar{q}, \bar{p}$ 在 $z_i (0 < i < l)$ 连续, $\bar{q}(z_i, t) = 0$, 那么就将非齐次边界条件转化为齐次边界条件. 满足方程(15)和边界条件(16)的解为

$$P_r(z) = \exp[-K_{22,r}K_{21,r}(z - z_r)]P_r(z_r) \tag{17}$$

将 $q = \bar{q} + P_s g(t)$ 代入动力方程(8)可得

$$(1 + v\partial/\partial t)[K_{22}\ddot{\bar{q}} + (K_{21} - K_{12})\dot{\bar{q}} - K_{11}\bar{q}] = \rho\ddot{\bar{q}} + [(g + v\dot{g})B + \rho\dot{g}]P_s \tag{18}$$

其中

$$B = K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21} \tag{19}$$

初始条件为

$$\bar{q}(z, 0) = -P_s g(0), \quad \dot{\bar{q}}(z, 0) = -P_s \dot{g}(0) \tag{20}$$

为了求解方程(18),首先考虑无阻尼、齐次方程

$$K_{22}\ddot{q}_i + (K_{21} - K_{12})\dot{q}_i - K_{11}q_i + \rho\omega_i^2 q_i = 0 \tag{21}$$

设本征解为 q_i, ω_i^2 , 易证以下正交关系

$$\sum_{r=1}^l \int_{z_{r-1}}^{z_r} \rho_r q_{m,r}^H q_{n,r} dz = \delta_{mn} \\ \sum_{r=1}^l \int_{z_{r-1}}^{z_r} q_{m,r}^H [K_{22,r} \ddot{q}_{n,r} + (K_{21,r} - K_{12,r}) \dot{q}_{n,r} - K_{11,r} q_{n,r}] dz = -\omega_n^2 \delta_{mn} \tag{22}$$

其中 $q_{m,r}, q_{n,r}$ 分别为振型 q_m, q_n 在第 r 层介质上的值, $\rho_r, K_{22,r}$ 等为第 r 层介质的密度和 K_{22} 等矩阵, 上标 H 表示 Hermitian 转置.

利用振型叠加法,取前 p 阶振型

$$\bar{q} = \sum_{i=1}^p q_i(z) \cdot T_i(t) \tag{23}$$

利用正交关系(22),方程(18)可以化成为

$$\ddot{T}_i + v\omega_i^2 \dot{T}_i + \omega_i^2 T_i = N_{1i} s(g + v\dot{g}) + N_{2i} s\ddot{g} \tag{24}$$

初始条件为

$$T_i(0) = -g(0)W_{0i} s, T_i(0) = -\dot{g}(0)W_{0i} s \tag{25}$$

其中

$$N_{1i} = \sum_{r=1}^l \int_{z_{r-1}}^{z_r} q_{i,r}^H B_r P_r dz, \\ N_{2i} = \sum_{r=1}^l \int_{z_{r-1}}^{z_r} \rho_r q_{i,r}^H P_r dz, \\ W_{0i} = \sum_{r=1}^l \int_{z_{r-1}}^{z_r} q_{i,r}^H P_r dz \tag{26}$$

至此,问题变为:1)求解(21)的本征解;2)求 N_{1i}, N_{2i}, W_{0i} ;3)求解方程(24). 文献[16]用精细积分方法结合扩展的 W-W 算法给出了(21)的本征值 ω_i^2 . N_{1i}, N_{2i}, W_{0i} 和方程(26)可以应用精细积分精确求解.

3 数值算例

在以下算例中,非平稳随机激励的慢变调制函数取为

$$g_1(t) = \begin{cases} 0.1 \cdot t & 0 < t \leq 10 \\ 1.0 & 10 < t \leq 20 \\ -0.1 \cdot t + 3.0 & 20 < t \leq 30 \\ 0.0 & 30 < t \end{cases} \tag{27}$$

岩层的厚度为 300.0(m), $v=0.08$, 密度 $\rho=2000.0$ (kg/m^3), 岩层为各向异性材料,其刚度如表 1, [单位为: $10^{11}(\text{N}/\text{m}^2)$], 波数 $\kappa=0.0$. 基岩激励的功率谱密度(白噪声)为 $S_{zg}=1 \text{ m}^2/\text{s}^3; S_{yg}=0 \text{ m}^2/\text{s}^3; S_{zg}=0 \text{ m}^2/\text{s}^3$. 将岩层分为等厚度的三层,将第二层介质刚度分别取为三种情况:a)不变; b)减小到 60%; c)减小到 20%,计算地面随机响应的功率谱密度(PSD).

频率范围为 $\omega \in [0, 50] \text{ s}^{-1}$, 频率间隔 $\Delta\omega=0.2 \text{ s}^{-1}$, 积分时间步长 $\eta=2 \text{ s}$, 振型展开取前 15 阶.

表 1 岩层参数

Table 1 Material parameters

R_{11}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}	R_{33}	R_{34}	R_{35}	R_{36}	R_{44}	R_{45}	R_{46}	R_{35}	R_{56}	R_{66}
0.8	0.2	0.3	0.1	0.1	0.7	0.2	0.2	0.1	0.6	0.3	0.1	0.5	0.1	0.5

计算结果如以下各图所示。图 2~4 为第二层介质刚度不变时地面随机响应的 PSD; 图 5~7 为第二层介质刚度减小到 60% 时地面随机响应的 PSD; 图 8~10 为第二层介质刚度减小到 20% 时地面随机响应的 PSD。

图 11~13 分别为三种情况下, 地面 x 方向非平稳随机响应在 $t=20.0(s)$ 时的 PSD 与基岩受平稳随机激励时地面 x 方向平稳随机响应 PSD 的比较。图中实线为非平稳随机响应在 $t=20.0(s)$ 时的 PSD, 点线为平稳随机响应的 PSD, 可以看出地面非

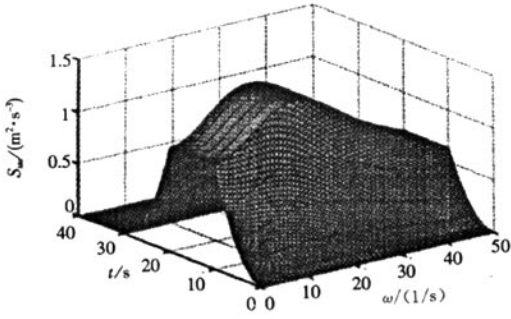


图 2 S_w
Fig. 2 S_w

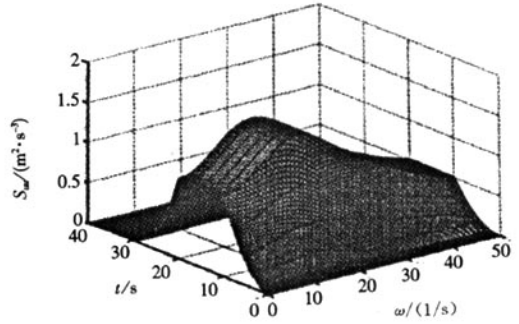


图 5 S_w
Fig. 5 S_w

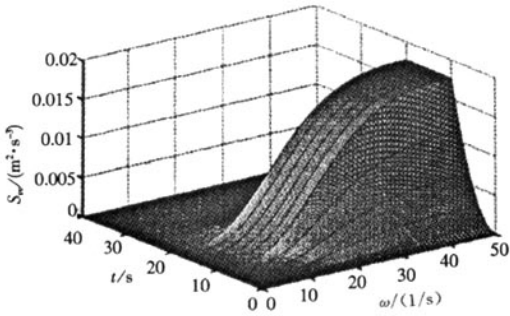


图 3 S_w
Fig. 3 S_w

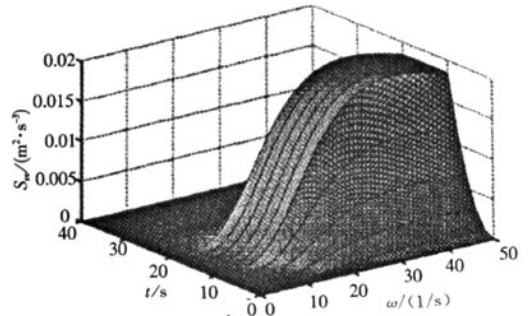


图 6 S_w
Fig. 6 S_w

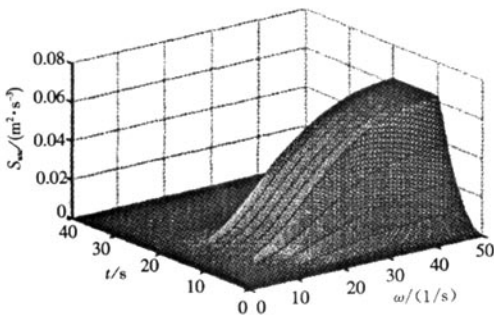


图 4 S_w
Fig. 4 S_w

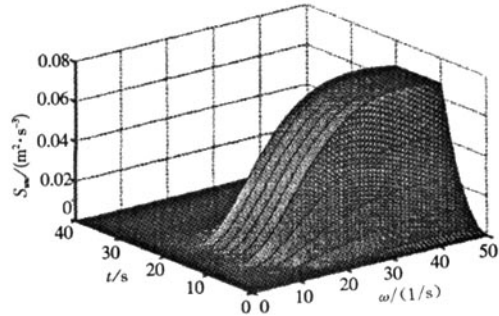


图 7 S_w
Fig. 7 S_w

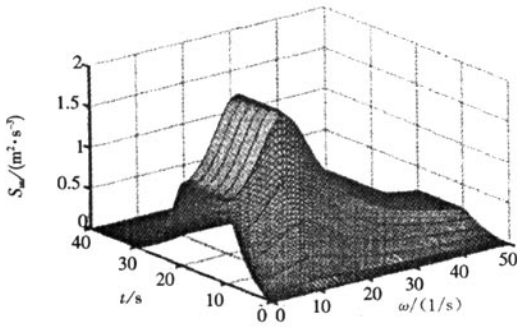


图8 S_{uw}
Fig. 8 S_{uw}

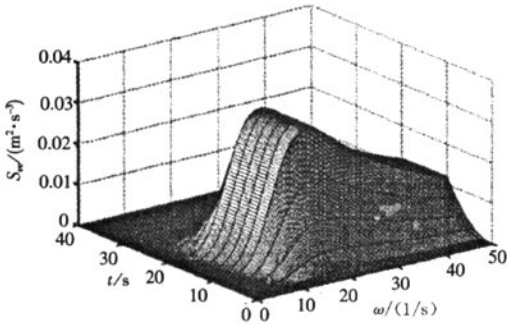


图9 S_{vw}
Fig. 9 S_{vw}

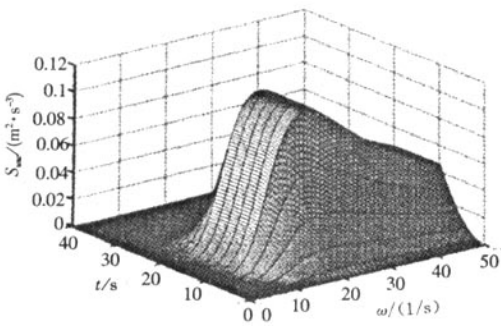


图10 S_{wv}
Fig. 10 S_{wv}

平稳响应 PSD 达到稳态时与平稳随机响应 PSD 符合得很好。y, z 方向的比较也同样符合得很好。

图 14~16 分别为三种情况下, 频率为功率谱密度的峰值频率时, 地面 x 方向非平稳随机响应 PSD 与基岩受平稳随机激励地面 x 方向平稳随机响应

PSD 和 $g_1^2(t)$ 乘积的比较。图中实线为非平稳随机响应 PSD, 点线为平稳随机响应 PSD 和 $g_1^2(t)$ 乘积, 可以看出对本算例, 非平稳随机响应 PSD 与平稳随机响应 PSD 度和调制函数 $g_1^2(t)$ 乘积基本相同。y, z 方向的情况也是相同的。这主要是因为系统的基频较大。

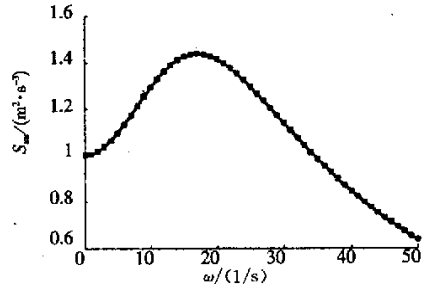


图 11 单层介质非平稳稳态与平稳 PSD 随频率变化的比较
Fig. 11 The comparison between the stationary state of non-stationary random response PSD and stationary random response PSD when the rigidity of the second sublayer does not change

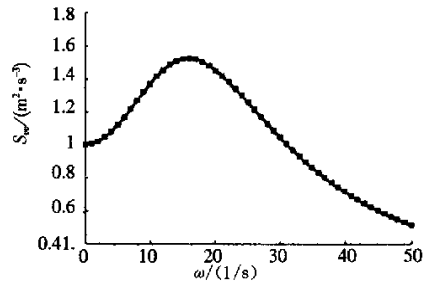


图 12 第二层介质刚度减小到 60% 时非平稳稳态与平稳 PSD 随频率变化的比较
Fig. 12 The comparison between the stationary state of non-stationary random response PSD and stationary random response PSD when the rigidity of the second sublayer reduces to 60%

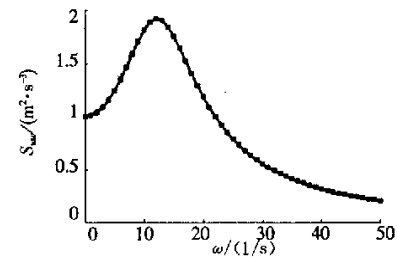


图 13 第二层介质刚度减小到 20% 时非平稳稳态 PSD 与平稳 PSD 随频率变化的比较
Fig. 13 The comparison between the stationary state of non-stationary random response PSD and stationary random response PSD when the rigidity of the second sublayer reduces to 20%

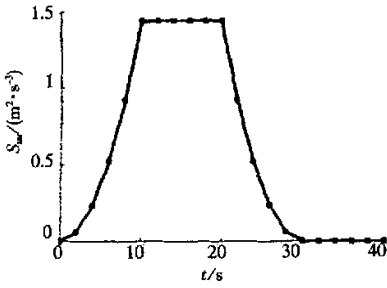


图 14 第二层介质刚度不变、频率为峰值频率时, 平稳 PSD 和 $g^2(t)$ 的乘积与非平稳 PSD 的比较

Fig. 14 Comparing the product of stationary random response PSD and $g^2(t)$ with the non-stationary random response PSD when the frequency is the peak value frequency and the rigidity of the second sub-layer does not change

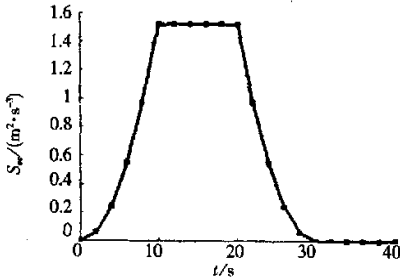


图 15 第二层介质刚度减小到 60%、频率为峰值频率时, 平稳 PSD 和 $g^2(t)$ 的乘积与非平稳 PSD 的比较

Fig. 15 Comparing the product of stationary random response PSD and $g^2(t)$ with the non-stationary random response PSD when the frequency is the peak value frequency and the rigidity of the second sub-layer reduces to 60%

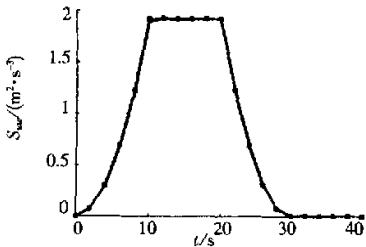


图 16 第二层介质刚度减小到 20%、频率为峰值频率时, 平稳 PSD 和 $g^2(t)$ 的乘积与非平稳 PSD 的比较

Fig. 16 Comparing the product of stationary random response PSD and $g^2(t)$ with the non-stationary random response PSD when the frequency is the peak value frequency and the rigidity of the second sub-layer reduces to 20%

4 结论

本文提出一种联合运用虚拟激励方法、精细积分方法和扩展的 W-W 算法求解各向异性分层介质中非平稳随机波传播的新方法, 得到了非平稳随机激励下地面的加速度功率谱. 由基岩非平稳随机激励引起的地面响应达到平稳时与平稳激励引起的响应是相符的, 表明了对于基频较大的系统, 非平稳随机响应的 PSD 与平稳随机响应 PSD 和调制函数的乘积基本相同.

参考文献

- 1 Ewing WM, Jardetzky WS, Press F. Elastic waves in layered media. New York; McGraw-Hill, 1957
- 2 Brekhovskikh LM. Waves in layered media. New York: Academic Press, 1980
- 3 Aki K, Richards PG. Quantitative seismology. San Francisco: W H Freeman and Company, 1980
- 4 Timoshenko SP, Goodier JN. Theory of elasticity. New York; McGraw-Hill, 1951
- 5 Graff KF. Wave motion in elastic solids. Oxford: Clarendon press, 1975
- 6 Achenback JD. Wave propagation in elastic solids. Amsterdam; North-Holland, 1973
- 7 Doyle JF. Wave propagation in structures. New York; Springer, 1989
- 8 Rizzi SA, Doyle JF. Spectral analysis of wave motion in plane solids with boundaries. *Trans ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114: 133~140
- 9 Rizzi SA, Doyle JF. Spectral element approach to wave motion in layered solids. *Trans ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114: 569~577
- 10 Kennett BLN. Seismic wave propagation in stratified media. Cambridge; Cambridge University Press, 1983
- 11 Zhong WX. The method of precise integration of finite strip and wave guide problems. In: Lee P K K, Tham LG, Cheung YK. Proceeding of International Conference on Computational Methods in Structural and Geotechnical Engineering, Hong Kong, 1994. Hong Kong; China Translation & Printing Services Ltd, 1994
- 12 Lin JH. A fast CQC algorithm of PSD matrices for random seismic responses. *Computers and Structures*, 1992, 44: 683~687
- 13 Lin JH, Williams FW, Zhang WS. A new approach to multiphase-excitation stochastic seismic response. *Microcomputers in Civil Engineering*, 1993, 8: 283~290

- 14 Lin JH, Fan Y, Bennett PN, Williams FW. Propagation of stationary random waves along substructural chains. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, 180(5): 757~767
- 15 Lin JH, Fan Y, Williams FW. Propagation of non-stationary random waves along substructural chains. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, 187(4): 585~593
- 16 钟万勰. 应用力学对偶体系. 北京: 科学出版社, 2002 (Zhong Wanxie. The Dual System in Applied Mechanics. Beijing: Science Press, 2002(in Chinese))

PRECISE COMPUTATION OF NON-STATIONARY RANDOM WAVES IN STRATIFIED MATERIALS*

Zhong Wanxie Lin Jiahao Gao Qiang

(State Key Laboratory of Structural of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract The extended Wittrick-Williams algorithm combined with the precise integration method is used to compute the propagation of non-stationary random waves in anisotropic materials. The responses of the surface due to the non-stationary random excitations of the bedrock are investigated. Based on the natural frequencies and modes computed by means of the pseudo excitation method and the precise integration method in combination with the extended W-W algorithm, the mode-superposition scheme are jointly used to solve the differential equation of non-stationary random wave propagation in layered anisotropic materials. The power spectral density of the surface random responses is thus obtained.

Key words layered material, precise integration, pseudo-excitation method, extended Wittrick-Williams algorithm, wave propagation, random vibration

Received 13 September 2003, revised 23 September 2003.

- * The project supported by the National Natural Science Foundation of China(10072015) and the National Key Base Research Special Foundation of China (1999032805).